

IRIS PEREIRA ESCOBAR

# INJUNÇÕES RELATIVAS EM AJUSTAMENTO GRAVIMÉTRICO

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas para obtenção do Grau de Mestre em Ciências pela Universidade Federal do Paraná.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
1985

INJUNÇÕES RELATIVAS EM AJUSTAMENTO GRAVIMÉTRICO

DISSERTAÇÃO

Apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências  
Geodésicas para obtenção do Grau de Mestre em  
Ciências pela Universidade Federal do Paraná

por

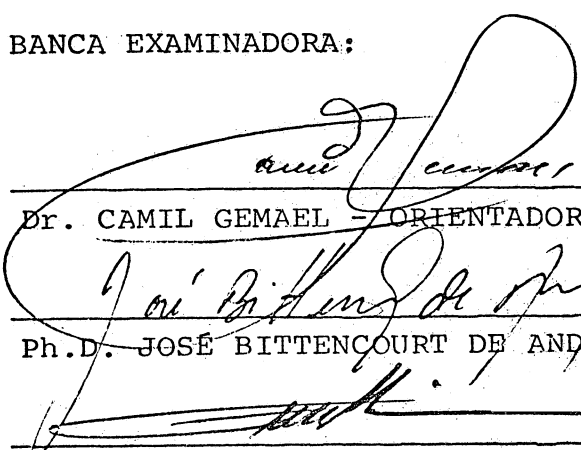
IRIS PEREIRA ESCOBAR, Eng. Cartógrafo

\*\*\*\*\*

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

1985

BANCA EXAMINADORA:



Dr. CAMIL GEMAEL - ORIENTADOR

Ph.D. JOSÉ BITTENCOURT DE ANDRADE

M.Sc. FRANÇOIS ALBERT ROSIER

Aos meus pais ULYSSES e DIONÉZIA,  
ã minha esposa SONIA  
e meu filho FABIO.

## AGRADECIMENTOS

Sou particularmente grato aos professores Dr. Camil Gemael e Dr. José Bittentourt de Andrade, orientador e co-orientador deste trabalho. Do mesmo modo, manifesto os meus agradimentos às pessoas e instituições abaixo relacionadas que contribuíram efetivamente para sua realização:

CNPq - Observatório Nacional

UERJ

UFPr

Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas

Carlos Roberto Germano

Elias Gomes do Couto

Ester Ferreira Baptista

João Gualda

Dr. Augusto Cesar Bittencourt Pires

José Justino Dantas

Prof. José Teotônio Ferreira

Dr. Luiz Muniz Barreto

Newton Pereira dos Santos

Prof. Rogério Carvalho de Godoy

## RESUMO

O método dos mínimos quadrados é aplicado ao ajustamento de uma rede gravimétrica à IGSN-71. No ajustamento, os valores IGSN-71 não são considerados constantes, sendo inseridos na forma de injunções relativas, com pesos iguais aos inversos de suas variâncias. Para obtenção dos pesos das observações, ou seja, dos intervalos de gravidade observados, é executado um ajustamento preliminar utilizando o modelo matemático das equações de condição, aplicadas aos erros de fechamento dos circuitos da rede. O ajustamento final é conduzido com base no modelo combinado, envolvendo parâmetros incógnitas e observações. Adicionalmente é feita uma estimativa dos coeficientes de escala de dez gravímetros La Coste & Romberg.

## ABSTRACT

Least squares method is applied to the adjustment of a gravity net to the IGSN-71. In this adjustment, IGSN-71 values are not fixed but these values are introduced by means of relative constraints, weighted according to the inverses of their variances. To obtain the observations' weights, that is to say, the weights of the observed gravity intervals, a preliminary adjustment is performed by means of the condition equations mathematic model, applied to circuit misclosures of the net. The final adjustment is performed through a combined model, including unknown parameters and observations. Furthermore an estimation to the scale coefficients for ten La Coste & Romberg gravity meters is performed.

## SUMÁRIO

	Página
Título . . . . .	ii
Dedicatória . . . . .	iii
Agradecimentos . . . . .	iv
Resumo . . . . .	v
Abstract . . . . .	v
Sumário . . . . .	vi

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

1.1.	Objetivos . . . . .	01
1.2.	Justificativas . . . . .	01
1.3.	Metodologia . . . . .	02

## CAPÍTULO 2

### OS GRAVÍMETROS MECÂNICOS

2.1.	Introdução . . . . .	03
2.2.	O Sistema Elástico Usado nos Gravímetros . . . . .	04
2.2.1.	Gravímetros Estáveis . . . . .	05
2.2.2.	Gravímetros Astáticos . . . . .	07
2.3.	Principais Influências Sistemáticas Inerentes aos Gravímetros Mecânicos . . . . .	13
2.3.1.	Sensibilidade do Gravímetro . . . . .	16
2.3.2.	Influência da Temperatura . . . . .	17
2.3.3.	Influência da Pressão Atmosférica . . . . .	19
2.3.4.	Influência do Campo Magnético . . . . .	21
2.3.5.	Influência da Inclinação . . . . .	22
2.3.6.	Deriva Instrumental . . . . .	24
2.3.7.	Função de Calibração ou de Escala . . . . .	26

2.3.7.1.	Calibração Entre Estações com Diferença de Gravida de Conhecida . . . . .	27
2.3.7.2.	Calibração pelo Método de Inclinação . . . . .	29
2.3.7.3.	Calibração por Suspensão de Carga Adicional . . . . .	30

### CAPÍTULO 3

#### O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

3.1.	Princípio do Método . . . . .	32
3.2.	Modelos Matemáticos . . . . .	33
3.3.	Solução de Modelos Superabundantes . . . . .	34
3.4.	Injunção . . . . .	38

### CAPÍTULO 4

#### SOLUÇÃO DE MODELOS SUPERABUNDANTES

##### COM INJUNÇÕES RELATIVAS

4.1.	Injunções Relativas ou Ponderadas . . . . .	40
4.2.	Solução do Problema . . . . .	41
4.3.	Matriz Variância-Covariância dos Parâmetros Ajusta- dos . . . . .	42

### CAPÍTULO 5

#### MODELOS MATEMÁTICOS

##### EM AJUSTAMENTOS GRAVIMÉTRICOS

5.1.	Considerações Físicas . . . . .	46
5.2.	Modelos Matemáticos . . . . .	47
5.2.1.	Modelo dos Correlatos ou das Equações de Condição .	47
5.2.2.	Modelo Combinado . . . . .	52

## CAPÍTULO 6

### AJUSTAMENTO DE UMA REDE GRAVIMÉTRICA

6.1.	Descrição da Rede . . . . .	60
6.2.	Coeficientes Relativos de Escala . . . . .	62
6.3.	Ajustamento da Rede . . . . .	66
6.3.1.	Ajustamento Preliminar . . . . .	66
6.3.2.	Ajustamento Final . . . . .	67
6.4.	Coeficientes Absolutos de Escala . . . . .	73
	CONCLUSÕES . . . . .	76

#### APÊNDICE A

ESTAÇÕES DA REDE . . . . .	78
----------------------------	----

#### APÊNDICE B

INTERVALOS DE GRAVIDADE OBSERVADOS . . . . .	86
--	----

#### APÊNDICE C

INTERVALOS INTERNODAIS OBSERVADOS . . . . .	95
---	----

#### APÊNDICE D

CIRCUITOS DA REDE E SEUS FECHAMENTOS . . . . .	99
--	----

#### APÊNDICE E

INTERVALOS INTERNODAIS AJUSTADOS (PRELIMINARES) . . . . .	102
---	-----

#### APÊNDICE F

INTERVALOS INTERNODAIS AJUSTADOS (FINAIS) . . . . .	106
---	-----

#### APÊNDICE G

VALORES DE GRAVIDADE AJUSTADOS À IGSN-71 . . . . .	110
--	-----

NOTAS DE REFERÊNCIAS . . . . .	118
--------------------------------	-----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .	121
--------------------------------------	-----



## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

#### 1.1. Objetivos

A presente dissertação tem como objetivo principal analisar a aplicação do método dos mínimos quadrados, com injunções relativas, ao ajustamento de uma rede gravimétrica. Paralelamente procura-se apresentar uma metodologia de tratamento de observação, de modo a permitir a consideração dos efeitos sistemáticos nelas envolvidos de forma eficiente. Desta forma procura-se contribuir para a definição de uma metodologia a ser adotada no ajustamento da rede gravimétrica fundamental brasileira.

#### 1.2. Justificativas

O crescente interesse na obtenção de informações gravimétricas, com fins diversos, principalmente de prospecção geofísica, tem contribuído para uma rápida expansão nos levantamentos gravimétricos. Entretanto, esta diversificação de finalidade tem dado origem a alguns conjuntos de medidas, referidas a diferentes sistemas, com origens e escalas diferentes. A homogeneização desses dados passa obrigatoriamente pela implantação de uma rede fundamental, que possa reunir toda a informação gravimétrica em um mesmo sistema, possibilitando a sua ampla utilização. Não obstante o esforço já desenvolvido neste sentido, ainda não se definiu a metodologia de ajustamento de tal rede ao "datum" mundial, a IGSN-71. A Associação Internacional de Geodésia, através de sua publicação especial nº 4, "The International Gravity Standardization Net-1971 (IGSN-71)", sugere o ajustamento sem fixação dos valores de gravidade nas estações da IGSN-71.

Além disso, o Prof. Rosier, em sua dissertação de mestrado, apresenta algumas sugestões relativas à escolha do modelo matemático e ao tratamento dos efeitos sistemáticos, que são objeto de análise nesta dissertação.

### 1.3. Metodologia

Para o ajustamento final foi adotado o modelo combinado, inserindo-se as informações do referencial como injunções relativas, ponderadas de acordo com seus desvios padrão. A atribuição de pesos às observações é realizada com base num ajustamento preliminar, onde se adota o modelo das equações de condição. Para testar a eficiência do método é utilizada a rede gravimétrica do Observatório Nacional, que se estende por todo o território brasileiro, com uma amplitude de 1700 mGal ( $\text{mGal} = 10^{-5} \text{m/s}^2$ ).

Para conclusão do objetivo proposto foi elaborado um programa em linguagem FORTRAN IV, utilizando para execução o computador IBM 370/158 do Laboratório Nacional de Computação Científica-LNCC, através dos terminais instalados no Observatório Nacional.

## CAPÍTULO 2

### OS GRAVÍMETROS MECÂNICOS

#### 2.1. Introdução

A determinação relativa da gravidade, ou seja, a determinação da variação na aceleração da gravidade,  $\Delta g$ , de ponto para ponto, encontra nos gravímetros mecânicos os seus principais instrumentos na atualidade. Notáveis, pela alta sensibilidade e precisão, portabilidade, facilidade e rapidez no manejo, tais instrumentos são largamente empregados na busca de soluções de alguns problemas geodésicos e geofísicos.

Não obstante suas qualidades estes instrumentos apresentam características que, em contrapartida, impõem certos cuidados na construção, no uso prático e às vezes, limitam seu campo de aplicação. A mais notável destas características é a chamada deriva instrumental, que traduz-se numa variação contínua das leituras, decorrente de deformações irreversíveis no material que constitui o sistema elástico do gravímetro. Além disso, as observações são, na realidade, leituras das graduações da escala do gravímetro. Essa escala varia de aparelho para aparelho e sua conversão em miligals é feita através de coeficientes denominados fatores de escala. A operação de determinação deste fator é uma das questões mais complexas e importantes na gravimetria e denomina-se calibração. Outra característica dos gravímetros mecânicos é a sua limitação na amplitude de medida, que depende da sua construção e precisão. Os gravímetros denominados geodésicos possuem grande amplitude de medida (de 3 a 7 gals) que possi

bilita o levantamento de grandes intervalos de gravidade. Já os gravímetros utilizados nos trabalhos de prospecção possuem uma amplitude de medida de 100-200 mGal.

## 2.2. O Sistema Elástico Usado nos Gravímetros

Os gravímetros, de modo geral, são construídos segundo o princípio de contrapor à gravidade uma força que lhe é sensivelmente igual, registrando-se a posição de equilíbrio.

Nos gravímetros mecânicos a força da gravidade é contrabalançada pela força elástica de molas especiais (metálicas ou de quartzo), segundo o princípio do dinamômetro, com base na lei de Hooke. As pequenas variações na gravidade acarretarão pequenas variações no peso de uma massa, que se traduzirão em alongamentos ou encurtamentos da mola de suspensão <sup>[01]</sup>.

De acordo com o sistema de medida das variações do comprimento da mola, os gravímetros mecânicos classificam-se fundamentalmente em duas categorias <sup>[02]</sup>: os estáveis e os instáveis ou astáticos. Nos gravímetros estáveis, variações extremamente pequenas (da ordem de  $10^{-10}$  m) no comprimento da mola são medidas diretamente, por meio de um dispositivo adequado seja ótico, mecânico ou elétrico. Os gravímetros astáticos são projetados de modo a trabalharem em estado de equilíbrio aproximadamente instável, tal que quando o sistema é deslocado devido à variação na gravidade, outras forças suplementares são introduzidas, tendendo a aumentar o deslocamento <sup>[03]</sup>. A variação da gravidade pode ser medida pela força necessária para retornar o sistema à sua posição de equilíbrio original. A vantagem do sistema astático é a sua grande sensibilidade; a desvantagem é a não linearidade da deformação do sistema em relação à ação da gravi

dade. Atualmente os gravímetros astáticos são os mais usados.

A título de ilustração são dadas, a seguir, as descrições sucintas dos princípios de funcionamento de alguns gravímetros:

### 2.2.1. Gravímetros Estáveis

#### a) Askania

Este instrumento (fig. 2.2.1.1) consiste essencialmente de um sistema elástico constituído por uma alavanca, contendo uma massa (6) em uma extremidade, sendo sustentada na outra por uma mola helicoidal (5). As variações da gravidade acarretarão pequenos deslocamentos na massa, que podem ser medidos pela restaurção da posição de equilíbrio original, por intermédio de um dispositivo de compensação constituído pela mola auxiliar (4) e um micrômetro (3). A compensação é feita pela variação da tensão na mola auxiliar, por meio do parafuso micrométrico que reconduz a massa à mesma posição (posição de leitura). Um espelho (2) solidário à alavanca reflete um sinal luminoso em uma célula fotoelétrica dupla. O movimento da alavanca, devido à variação na gravidade, é indicado pela deflexão de um galvanômetro, provocada pela variação do potencial relativo nas duas células. Girando-se o parafuso micrométrico, a alavanca é reconduzida à posição de leitura e o galvanômetro indicará zero. A diferença entre as leituras na escala do micrômetro serve como indicador da variação da gravidade.

O aparelho possui uma escala de medida com alcance de 800 mGal. Cada volta no parafuso de medida altera a capacidade do aparelho de 200 mGal  $|^{04}|$ . Em condições de operação no campo o instrumento permite uma exatidão real de 0,02 mGal. Entretanto, seu

peso excessivo (20,5 kg sem pedestal e 43 kg na embalagem de transporte) o torna mais indicado para medidas estacionárias (estações de marê), para o que possui um dispositivo especial de registro automático que permite uma exatidão de leitura de alguns microgals.

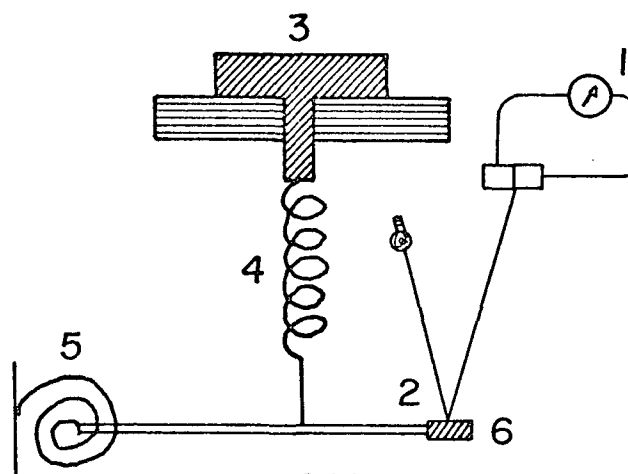


FIG. 2.2.1.1

b) Gulf

O gravímetro Gulf é constituído por uma fita helicoidal (fig. 2.2.1.2). A mola, assim formada, possui uma das extremidades fixa, enquanto que da outra extremidade pende uma massa com um espelho. Uma variação na gravidade causa uma variação no comprimento da fita helicoidal, acompanhada de uma rotação da extremidade livre. No gravímetro Gulf a rotação (da ordem de segundos) é muito maior do que o deslocamento, podendo ser medida mais precisamente, mediante um conveniente jogo de prismas que refletem um raio de luz sobre o espelho. O alcance do instrumento é cerca de 30 mGal e a precisão de medida é da ordem de 0,02 mGal  $|^{05}|$ .



FIG.2.2.1.2

### 2.2.2 Gravímetros Astáticos

#### a) Thyssen

O gravímetro de Thyssen demonstra convenientemente o princípio da astatização. É essencialmente uma balança de braço AB (fig. 2.2.2.1) apoiado sobre o fulcro C. Uma carga de massa  $m$  é suspensa na extremidade A e a extremidade B é presa a uma mola que equilibra o sistema e mantém o braço na posição horizontal. Uma carga adicional  $m'$ , solidária ao braço da balança através de uma haste, é colocada acima do fulcro. Na posição de equilíbrio o peso da massa  $m'$  atua somente sobre o ponto C. Variando a gravidade a haste  $Cm'$  inclina-se com o braço da balança de modo tal que a linha de ação da força  $m'g$  deixa de passar por C. Desenvolve-se, desse modo, um momento suplementar em relação a C, que tenderá a aumentar a inclinação do braço, proporcionalmente ao valor da massa  $m'$ , à distância  $Cm'$  e ao ângulo de inclinação. O sistema retornará ao equilíbrio pela variação da tensão na mola. O deslocamento do braço será proporcional à variação da gravidade.

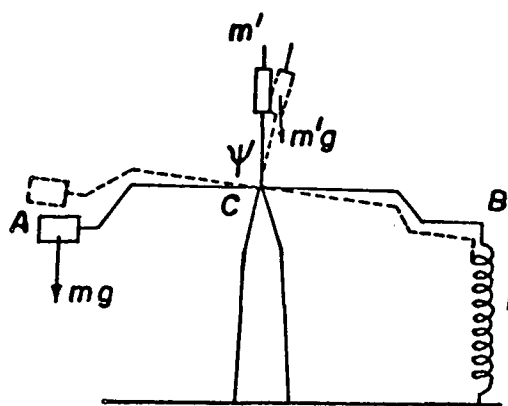


FIG. 2.2.2.1

## b) Worden

O gravímetro Worden, construído pelo "Houston Technical Laboratory" (Texas, E.U.A.), é um dos gravímetros mais utilizados na atualidade. Trata-se de um instrumento astático, cujo sistema elástico é construído de quartzo fundido, em virtude de suas propriedades favoráveis <sup>[06]</sup>; é fácil de ser trabalhado, podendo ser transformado em hastes ou fibras de espessura de alguns micra que podem ser enroladas de modo a se obter uma mola. O instrumento funciona segundo o princípio do braço de balança (fig. 2.2.2.2). Uma carga é colocada na extremidade do braço OC, que pode girar sobre um eixo O perpendicular ao plano do desenho. O braço OC é mantido em equilíbrio por uma mola AB conectada a ele através de um braço OB (as linhas pontilhadas mostram sua posição quando deslocado por um aumento na gravidade  $\Delta g$ ). Quando o sistema está em equilíbrio os momentos da gravidade e da força elástica da mola são iguais. O braço  $d_2$  da força elástica nesse sistema é menor do que o braço da gravidade  $d_1$ , consequentemente variações pequenas da gravidade causam esforços proporcionalmente maiores na mola e rotações correspondentes, tornando o sistema astatizado.





uma haste em forma de L (3), que lhe é solidária e que serve como ponteiro do instrumento. O deslocamento do ponteiro pode ser observado por intermédio de um microscópio (5), iluminado por uma lâmpada (4), através de um prisma (2). O microscópio possui uma escala no campo ocular e o ponteiro é posicionado em uma de suas divisões. As leituras são obtidas pelo método zero (i.e. retornando o braço (7) à mesma posição). A mola de reajuste ou geodésica pode ter sua tensão variada, o que acarretará uma rotação na armação (14), que por sua vez girará o compensador de temperatura (9), variando a tensão na mola principal (8).

O braço de pesagem também pode girar em função da variação de temperatura. Uma elevação da temperatura, por exemplo, o ergue-rá ligeiramente, em função da variação no torque da dobradiça (6); ao mesmo tempo o fio metálico (10) do compensador de temperatura (9) alonga-se e gira este último sobre a dobradiça (13) (da direita para a esquerda na figura), reduzindo deste modo a tensão na mola principal (8). Assim, os deslocamentos do braço da gravidade em função da variação de temperatura são compensados por deslocamentos no sentido oposto por intermédio do compensador de temperatura.

O fio metálico (10) é uma mola curva que permite a compensação de variações não-lineares com a temperatura. A compensação do efeito da variação de temperatura é feita de modo que o coeficiente de temperatura não exceda 0,3 mGal por 1°C na faixa de temperatura de  $\pm 20^{\circ}\text{C} |^{07}|$ .

A exatidão do gravímetro Worden varia entre  $\pm 0,1$  e  $\pm 0,2$  mGal, dependendo do modelo considerado e do modo operacional. A mola de compensação (11) permite a medida de um intervalo gravimétrico de cerca de 100 mGal. Entretanto, no modelo geodésico, podem



A intensidade da tensão que atua numa mola espiral é  $F = k (\ell - \ell_0)$ , onde  $k$  é a constante da mola,  $\ell$  o seu comprimento sob a ação da carga e  $\ell_0$  o comprimento sem carga. Em uma mola de comprimento zero,  $\ell_0 = 0$  e  $F = k\ell$ .

O torque,  $L_g$ , produzido pela gravidade em torno do eixo pivô é dado por:

$$L_g = mgb \cos \alpha .$$

A reação da mola produz o torque:

$$L_s = - k\ell d$$

Como pela lei dos senos,

$$\ell = b \frac{\sin \gamma}{\sin \theta} ,$$

tem-se que:

$$L_s = -k b d \frac{\sin \gamma}{\sin \theta} = - k b y \sin \gamma = -k b y \cos \alpha .$$

O braço  $b$  estará em equilíbrio se:

$$L = L_g + L_s = 0 ,$$

ou seja,

$$(m b g - k b y) \cos \alpha = 0 ,$$

e:

$$m g = k y .$$

Quando  $g$  varia o equilíbrio já não se verifica, provocando o deslocamento do braço  $b$ . Atuando-se, então, sobre o parafuso micrométrico, variando o comprimento de  $y$ , o equilíbrio é restabelecido e o incremento  $\Delta y$  será proporcional a  $\Delta g$ . Na prática, o ângulo  $\alpha$  é pequeno ( $1^\circ$  a  $4^\circ$ ), assegurando uma grande sensibilidade e facilidade de leitura  $|1^\circ|$ .

O instrumento possui controle termostático alimentado por uma bateria de 12V, que deve ser recarregada com frequência. O equipamento, envolvendo o gravímetro, a caixa de transporte e a bateria, pesa 8,6 kg. O carregador de bateria e o prato de nivelamento pesam 3,6 kg adicionais.

O gravímetro La Coste & Romberg modelo geodésico (modelo G) tem um alcance de 7000 miligals com um único parafuso micrométrico, ou seja, o instrumento é capaz de medir a diferença de gravidade entre quaisquer pontos da superfície terrestre, sem necessidade de reposicionamento do sistema de medida. Sua precisão de leitura alcança 0,01 mGal, feita pelo método de zero, através de um dispositivo auxiliar (mola de medida) que permite levar o braço à posição de observação. Para eliminar o efeito da pressão atmosférica o instrumento é vedado, possuindo ainda como segurança adicional um dispositivo interno de compensação de pressão. O sensor é completamente desmagnetizado e acondicionado no interior de uma blindagem magnética [11].

### 2.3. Principais Influências Sistemáticas Inerentes aos Gravímetros Mecânicos

O sistema elástico é a parte principal de qualquer gravímetro. Deve, tanto quanto possível, possuir propriedades elásticas estáveis em relação ao tempo, constantes sob variações de temperatura e uma dependência linear da deformação em relação à variação da carga. Os materiais utilizados nos gravímetros são escolhidos, ou especialmente fabricados, de modo a atender estes requisitos.

A lei de Hooke, na qual estão baseados os gravímetros mecânicos, é somente uma aproximação na expressão da deformação real do corpo. Na realidade a deformação de um corpo elástico não é rigorosa

mente proporcional à tensão. O fenômeno da elasticidade não pode ser considerado um movimento puramente mecânico, já que depende também duma combinação complexa de fenômenos relacionados com a estrutura molecular do corpo, a natureza física dos corpos elásticos, a influência térmica, etc. <sup>[12]</sup>. Todos estes fenômenos, que fogem aos limites da lei de Hooke, denominam-se elasticidade imperfeita, que se acentua notavelmente com a variação da temperatura.

Os materiais escolhidos para a fabricação dos elementos elásticos dos gravímetros de metal são as ligas de ferro-níquel (elinvar, isoelástico, nevarox). Não obstante serem ligas pouco sujeitas ao efeito elástico residual, são magnetizáveis e, portanto, sujeitas à influência de campos magnéticos. Por esta razão alguns sistemas elásticos são construídos de quartzo fundido. As desvantagens do quartzo são um alto coeficiente termoelástico, fragilidade, e perda da vitrificação com o tempo, modificando as propriedades elásticas.

Teoricamente considera-se que ao variar a gravidade ocorra uma translação ou rotação (dependendo do tipo de sensor) da massa do sistema de medida. Na realidade podem ocorrer outros tipos de deslocamentos que, entretanto, devem ser evitados tanto quanto possível. Considera-se, portanto, que os sistemas elásticos dos gravímetros tenham apenas um grau de liberdade, possibilitando movimento de translação ou de rotação. Sabe-se que, quando o sistema se encontra em equilíbrio estático a soma das forças externas e internas (elásticas), ou de seus momentos, deve ser igual a zero.

Considerando uma deformação no sistema elástico,  $x$ , registrada por um indicador especial conectado à massa em um sistema rotacional, o momento das forças externas,  $gM(x, t, B, \beta)$ , devido fundamentalmente à ação da gravidade sobre todas as massas móveis do sistema em relação ao eixo de rotação, dependerá da temperatura  $t$ , da pres-

são atmosférica  $B$  e do ângulo  $\beta$  de inclinação do sistema. O momento elástico  $\bar{M}(x,t)$ , resultante de todas as forças internas em relação ao eixo de rotação, varia com a temperatura  $t$ . Então, a equação de equilíbrio é:

$$gM(x,t,B,\beta) + \bar{M}(x,t) = 0. \quad (2.3.1)$$

No caso de um sistema translacional, as próprias forças atuantes entram na equação de equilíbrio em lugar de seus momentos. Nesse caso,

$$mg + Fx = 0, \quad (2.3.2)$$

onde  $m$  é a massa deslocada;  $x$  é a deformação total do sistema elástico;  $F$  é a rigidez mecânica do sistema elástico, que depende do módulo de elasticidade e das dimensões dos elementos do sistema.

Omitindo as variáveis entre parêntesis, por simples abreviação, e diferenciando a equação (2.3.1) em relação a todas as variáveis, obtem-se a forma geral da equação de equilíbrio do sistema elástico do gravímetro:

$$\left(g \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial \bar{M}}{\partial x}\right) \frac{dx}{dg} + \left(g \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial \bar{M}}{\partial t}\right) \frac{dt}{dg} + g \frac{\partial M}{\partial B} \cdot \frac{dB}{dg} + g \frac{\partial M}{\partial \beta} \cdot \frac{d\beta}{dg} + M = 0. \quad (2.3.3)$$

A grandeza  $dx/dg$  representa a variação da deformação do sistema elástico em função da variação da gravidade e denomina-se sensibilidade do gravímetro;  $dg/dt$  caracteriza a influência da temperatura nas leituras do gravímetro e denomina-se coeficiente de temperatura;  $dg/dB$  expressa o efeito barométrico e denomina-se coeficiente barométrico;  $dg/d\beta$  indica a dependência das leituras do gravímetro em relação ao ângulo de inclinação do sistema elástico.

### 2.3.1. Sensibilidade do Gravímetro

Considerando o tipo de gravímetro translacional mais simples, ou seja, uma mola helicoidal sujeita à ação de uma carga que a traciona dentro dos limites de proporcionalidade, a sensibilidade  $dx/dg$  é dada pela diferenciação da equação (2.3.2):

$$\frac{dx}{dg} = - \frac{m}{F} = \frac{x}{g} . \quad (2.3.1.1)$$

É, portanto, proporcional à deformação total  $x$ . Um aumento da sensibilidade pode ser alcançado tanto pelo aumento da massa  $m$  como pela redução da rigidez da mola, o que proporcionará uma grande deformação inicial. Entretanto, a portabilidade do instrumento limita a amplitude de deformação a cerca de 20 cm, o que dificulta a obtenção de grande sensibilidade com tais sistemas, nos quais baseiam-se, fundamentalmente, os gravímetros estáveis ou não-astáticos.

Os gravímetros astáticos utilizam sistemas elásticos rotacionais cuja equação de sensibilidade é obtida a partir da equação (2.3.3), supondo  $t$ ,  $B$  e  $\beta$  constantes. Assim,

$$\frac{dx}{dg} = - \frac{M}{g \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial \bar{M}}{\partial x}} . \quad (2.3.1.2)$$

Observa-se, então, que a sensibilidade cresce na proporção direta do momento total  $M(x)$  das massas móveis do sistema, ou na proporção inversa da expressão  $\phi(x) = g(\partial M/\partial x) + \partial \bar{M}/\partial x$ . De acordo com a equação de equilíbrio (2.3.1), os momentos  $gM$  e  $\bar{M}$  e suas derivadas devem ser de sinais contrários. Portanto, construindo-se um sistema de modo tal que em certo intervalo de variação da gravidade  $\phi(x)$  seja pequena, obtém-se um sistema de alta sensibilidade. Assim sendo, os sistemas astáticos devem se caracterizar pela não-linearidade de pelo menos



um dos momentos  $gM$  e  $\bar{M}$  em função da variação da deformação  $x$ , com o propósito de permitir a eleição de um pequeno valor para  $\phi(x)$ .

### 2.3.2. Influência da Temperatura

As propriedades elásticas do sistema, bem como sua geometria, estão sujeitas a alterações em decorrência da variação de temperatura. Como consequência disso, as indicações do gravímetro variam com a temperatura.

A expressão do coeficiente de temperatura é obtida a partir da equação (2.3.3), considerando constantes a deformação do sistema elástico, a pressão atmosférica e a inclinação do instrumento; assim,

$$\frac{dg}{dt} = - \frac{g \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial \bar{M}}{\partial t}}{M} . \quad (2.3.2.1)$$

As relações entre os momentos das forças externas e internas e pequenas variações de temperatura podem ser dadas pelas expressões <sup>[13]</sup>:

$$M = M_0 (1 + \lambda_1 \Delta t + \lambda_2 \Delta t^2); \quad \bar{M} = \bar{M}_0 (1 + \mu_1 \Delta t + \mu_2 \Delta t^2), \quad (2.3.2.2)$$

onde  $M_0$  e  $\bar{M}_0$  são, respectivamente, as somas dos momentos das massas e das forças elásticas para uma determinada temperatura inicial,  $t_0$ ;  $\Delta t = t - t_0$  é a variação da temperatura em relação ao seu valor inicial;  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  e  $\mu_1$  e  $\mu_2$  são, respectivamente, os coeficientes efetivos de temperatura lineares e quadráticos para a totalidade do sistema elástico, os quais dependem dos coeficientes de expansão térmica e dos coeficientes termoelásticos dos materiais que constituem os diferentes elementos componentes do sistema elástico.

A expressão do coeficiente de temperatura é, então, obtida

pela diferenciação das equações (2.3.2.2), posterior substituição na (2.3.2.1) e algumas simplificações, resultando <sup>[14]</sup>:

$$\frac{dg}{dt} = -g[(\lambda_1 - \mu_1) + 2(\lambda_2 - \mu_2) \Delta t]. \quad (2.3.2.3)$$

Infere-se daí que é possível obter-se um pequeno coeficiente de temperatura, pela escolha adequada dos elementos do sistema elástico, tal que  $\lambda - \mu$  se aproxime de zero. Além disso, são construídos dispositivos termocompensadores especiais, tais como os compensadores bimetalicos, constituídos por duas hastes metálicas de coeficientes de dilatação linear diferentes, fixas por ambas as extremidades, que se flexionam ao variar a temperatura. Se uma das extremidades estiver ligada ao elemento elástico do gravímetro, pode-se gerar um momento elástico compensador da ação da temperatura. Entretanto, já que os coeficientes termomecânicos dos corpos dependem da temperatura, é possível uma compensação total apenas para determinados valores desta. Além disso, fatores tais como a velocidade de variação da temperatura, o fluxo térmico no interior do volume ocupado pelo sistema elástico, a diferença de difusividade entre as partes do instrumento, impedem o estabelecimento de uma temperatura homogênea entre os distintos elementos. Para minimizar essa heterogeneidade térmica, utilizam-se dispositivos de isolamento térmico do sistema elástico, tal como os vasos Dewar, empregados nos gravímetros Worden, ou assegura-se uma temperatura interna constante, dentro de centésimo ou até milésimo de grau, através de um termostato elétrico, como é o caso do gravímetro La Coste & Romberg.

O funcionamento normal do termostato exige que a temperatura interna seja pelo menos 5 a 6 graus mais alta do que a maior temperatura externa possível <sup>[15]</sup>, <sup>[16]</sup>. Somente após o estabelecimento desse regime térmico, que necessita de pelo menos dois ou três dias <sup>[17]</sup>,

podem ser iniciadas as observações. Portanto, é importante que o termostato esteja permanentemente conectado à fonte de energia durante o período de observações.

As leituras dos gravímetros controlados termostaticamente, normalmente não sofrem correções de temperatura, já que o aparelho é mantido à temperatura constante <sup>[18]</sup>. Experiências práticas demonstraram que, geralmente, tais correções pioram os resultados, por serem de natureza complexa <sup>[15], [19]</sup>.

A correlação de temperatura para os gravímetros sem controle termostático pode ser determinada tanto em câmara térmica como em condições de operação normal, usando as variações de temperatura diária. Confrontando-se as temperaturas com as leituras, abstraídas de outros efeitos sistemáticos, pode-se determinar a curva que correlaciona as duas grandezas. Havendo superabundância de observações, a curva pode ser estimada por ajustamento.

### 2.3.3. Influência da Pressão Atmosférica

As massas móveis do sistema elástico do gravímetro, visto que se encontram mergulhadas em um fluido (geralmente o ar), estão sujeitas a um empuxo arquimediano. Este é função da massa específica do fluido, que por sua vez, depende da pressão atmosférica B.

Denomina-se efeito barométrico as variações de leitura dos gravímetros em função das variações da pressão atmosférica. O coeficiente barométrico pode ser obtido da equação (2.3.3), considerando constantes a deformação x, a temperatura t e a inclinação  $\beta$ :

$$Q_B = \frac{dg}{dB} = - \frac{g}{M} \frac{\partial M}{\partial B} . \quad (2.3.3.1)$$

Em  $|^{20}|$ ,  $|^{21}|$  e  $|^{22}|$  apresenta-se a seguinte fórmula para  $Q_B$ :

$$Q_B = -g \frac{\rho_o}{\bar{\sigma}} \frac{1}{760(1 + \frac{t}{273})} \quad (2.3.3.2)$$

onde  $\rho_o = 12,93 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3$  é a massa específica do ar à temperatura de  $0^\circ\text{C}$  e pressão de 760 Torr,  $\bar{\sigma}$  é a massa específica efetiva do sistema elástico e  $t$  é a temperatura em  $^\circ\text{C}$ .

Assim, para um sistema elástico totalmente constituído de quartzo fundido ( $\bar{\sigma} = 2,2\text{g/cm}^3$ ), a uma temperatura de  $20^\circ\text{C}$ , considerando  $g = 0,98 \times 10^6 \text{ mGal}$ , tem-se:

$$Q_B = -0,71 \text{ mGal/Torr.}$$

Para um sistema construído totalmente de platina ( $\bar{\sigma} = 21,4 \text{ g/cm}^3$ ), nas mesmas condições anteriores, o coeficiente barométrico será:

$$Q_B = -0,07 \text{ mGal/Torr.}$$

Todos os gravímetros modernos ou são impermeáveis ao ar (e.g. Worden), ou dispõem de compensação barométrica (e.g. La Coste & Romberg), de modo que não é necessário introduzir-se uma correção para a variação da pressão atmosférica. Pode-se verificar em laboratório, com o auxílio de uma câmara de pressão, a existência de correlação entre as leituras do gravímetro e a pressão atmosférica, resultante de falha na impermeabilidade ou compensação barométrica. Variando-se a pressão, ao mesmo tempo em que se faz leituras do gravímetro, constata-se a existência, ou não, da correlação barométrica. A evidência de tal correlação indicará que o aparelho não está em condição de operação devendo ser reparado  $|^{23}|$ .

#### 2.3.4. Influência do Campo Magnético

As indicações dos gravímetros cujos sistemas elásticos são construídos de ligas metálicas estão sujeitas à influência dos campos magnéticos.

A principal fonte de influência magnética nos gravímetros é o campo magnético da Terra, que varia de um ponto de observação para outro. Alguns tipos de equipamentos (v.g. linhas de transmissão de alta voltagem, motores elétricos, etc.) podem induzir campos magnéticos de intensidade alta. A própria corrente que circula através dos condutores e do elemento de aquecimento do circuito termostático gera um campo magnético. Por este motivo os condutores do termostato são bifilares, de modo que a corrente que flui neles em sentidos opostos, provoca o cancelamento mútuo dos campos magnéticos.

A variação,  $\delta g_M$ , no valor da gravidade causada pela influência magnética pode ser expressa pela equação (2.3.4.1) <sup>[24]</sup>, <sup>[25]</sup> e <sup>[26]</sup>:

$$\delta g_M = Q_Z \cdot Z + Q_H \cdot H \cdot \cos A \quad (2.3.4.1)$$

onde  $Q_Z$  e  $Q_H$  são, respectivamente, os coeficientes magnéticos vertical e horizontal do gravímetro, determinados empiricamente e expressos em mGal/oersted;  $Z$  e  $H$  são, respectivamente, as componentes vertical e horizontal da intensidade do campo magnético no ponto de observação, expressas em oersteds; e  $A$  é o ângulo entre a alavanca do gravímetro e a direção do campo magnético.

Os valores dos coeficientes  $Q_Z$  e  $Q_H$  podem ser obtidos a partir de medidas efetuadas com o gravímetro no interior de uma bobina de Helmholtz.

A equação (2.3.4.1) mostra que a influência da componente horizontal do campo magnético depende da orientação do instrumento; portanto, considerando o campo geomagnético, tal influência pode ser eliminada, se o instrumento for orientado de modo que o azimuth magnético,  $A$ , da sua alavanca, seja igual a  $90^{\circ}$  ou  $270^{\circ}$ . Pode-se, também, compensar esta influência, fazendo-se leituras com o instrumento orientado segundo dois azimutes opostos. Entretanto, a redução da influência da componente horizontal,  $H$ , não implica que o mesmo ocorra com a influência da componente vertical,  $Z$ .

Na prática, procura-se reduzir a influência magnética a um valor negligenciável, de modo a se evitar a introdução da correção correspondente. Com este objetivo, todas as partes metálicas do gravímetro são submetidas à desmagnetização durante a sua montagem. Adicionalmente, os sistemas elásticos metálicos são providos de uma blindagem magnética, feita de material de fácil magnetização (v.g. permalloy), que reduz a influência dos campos externos. Entretanto, por não constituírem proteção totalmente segura e permanente, tais dispositivos devem ser complementados com testes periódicos, que comprovem e, caso necessário, restabeleçam a desmagnetização das partes ferromagnéticas <sup>[24]</sup>.

### 2.3.5. Influência da Inclinação

Da equação (2.3.3), considerando  $x$ ,  $t$  e  $B$  constantes, resulta:

$$\frac{dg}{d\beta} = - \frac{g \frac{\partial M}{\partial \beta}}{M} \quad (2.3.5.1)$$

que é a expressão da dependência das leituras do gravímetro em relação à inclinação  $\beta$ . O ângulo  $\beta$  pode ser de duas naturezas:

- 1 - Referente à inclinação do eixo de rotação do sistema de medida em relação ao plano horizontal;
- 2 - Referente à inclinação do gravímetro em um plano vertical perpendicular ao eixo de rotação.

Seja  $M_0$  o momento das forças externas que atuam sobre o sistema elástico, quando  $\beta=0$ . Sujeitando-se, agora, o sistema a uma inclinação  $\beta$ , independentemente de sua natureza, o momento resultante será dado por:

$$M = M_0 \cos \beta . \quad (2.3.5.2)$$

Derivando-se a (2.3.5.2) em relação a  $\beta$ , tem-se:

$$\frac{\partial M}{\partial \beta} = - M_0 \sin \beta . \quad (2.3.5.3)$$

Substituindo as (2.3.5.2) e (2.3.5.3) na (2.3.5.1) e efetuando-se as simplificações cabíveis, resulta:

$$\frac{dg}{d\beta} = g \operatorname{tg} \beta .$$

Como, na prática,  $\beta < 1^\circ$ , a  $\operatorname{tg} \beta$  pode ser substituída por  $\beta$ , conduzindo a:

$$dg = g \cdot \beta \cdot d\beta$$

que integrando fornece:

$$\int_{g_0}^{g_1} dg = g \int_{\beta}^0 \beta d\beta$$

ou

$$g_1 - g_0 = \delta g = - g \frac{\beta^2}{2} \quad (2.3.5.4)$$

que é a equação de uma parábola cujo ápice corresponde ao ponto  $\beta=0$ . O sinal negativo indica que qualquer inclinação se traduzirá numa diminuição aparente da gravidade.

Como o erro de inclinação aumenta proporcionalmente ao quadrado do ângulo  $\beta$ , procura-se manter o gravímetro tanto quanto possível na posição horizontal. Com este objetivo, os instrumentos são equipados com dois níveis mutuamente perpendiculares, um transversal e outro longitudinal, conectados rigidamente à estrutura na qual o sistema elástico é montado. O nível transversal é situado paralelamente ao eixo de rotação do sistema elástico, podendo ser nivelado por intermédio de dois parafusos calantes dispostos nesta direção. O nível longitudinal, paralelo ao plano que contem a alavanca do sistema de medida, pode ser nivelado por um terceiro parafuso calante.

A eliminação da inclinação do instrumento é feita de tal modo que as bolhas estejam nos centros dos níveis quando  $\beta=0$ . Para assegurar esta coincidência, é necessário proceder-se ao ajuste periódico dos níveis [27]. O fabricante do instrumento fornece as instruções necessárias para se atingir este objetivo.

Assegurando-se o nivelamento do instrumento com erro inferior a  $0,5'$ , o erro nas leituras do gravímetro será de apenas  $0,01$  mGal.

#### 2.3.6. Deriva Instrumental

Dá-se o nome de deriva instrumental, ou simplesmente deriva, à variação lenta e contínua da posição do indicador do gravímetro com o tempo, sem que a gravidade tenha variado. Consequentemente, as leituras tomadas em um mesmo ponto em épocas diferentes serão discordantes. A variação deve-se ao fato de que os elementos elásticos



do gravímetro, submetidos a um estado de tensão permanente, estão sujeitos à fadiga, sofrendo alterações gradativas nas suas propriedades elásticas. A deriva depende, também, das condições externas às quais o instrumento é submetido, tais como: variações de temperatura, vibrações, impactos e muitos outros fatores.

O fabricante procura tornar a deriva o mais linear possível, dentro de certo intervalo de tempo, a fim de facilitar a sua correção. A taxa ou razão de deriva varia com o sistema e o material empregado no gravímetro, podendo ir de centésimos de miligal (v.g. gravímetro La Coste & Romberg) até alguns miligals por dia. Esta característica determina as condições, o método e o tipo de trabalho mais adequado a cada tipo de gravímetro. Um gravímetro com uma taxa de deriva grande é inadequado para o levantamento de uma rede de referência, embora possa ser suficientemente preciso para levantamentos de pequenas áreas.

É usual distinguir-se duas espécies de derivas:

a) Deriva estática

Ocorre quando o instrumento está em repouso. Para sua determinação deve-se instalar o instrumento em local adequado e fazer leituras do micrômetro três a quatro vezes por dia em intervalos definidos, durante dois ou três dias, se o instrumento dispuser de controle termostático; caso contrário, o tempo de observação deve ser maior, a fim de se compensar a influência da variação de temperatura, considerada periódica em um dia<sup>[28]</sup>.

b) Deriva dinâmica

Ocorre durante o transporte do instrumento. Nesta circunstância o gravímetro está sujeito a diversas acelerações que podem

afetar o comportamento e a taxa da deriva. Portanto, deve-se evitar tanto quanto possível os movimentos bruscos, impactos e vibrações. O uso de embalagens especiais, providas de absorvedores de choques e isoladores de vibrações é essencial para o transporte do instrumento <sup>[29]</sup>. Além disso, na estação de observação o aparelho deve ser mantido à sombra e protegido do vento.

A deriva instrumental determina em grande parte os procedimentos a serem seguidos nos levantamentos gravimétricos. Algumas organizações de renome internacional propuseram normas para execução destes levantamentos <sup>[30]</sup>, <sup>[31]</sup>, onde esses aspectos são considerados. As linhas gravimétricas, normalmente, iniciam e terminam na mesma estação ou em estações cujos valores de gravidade são conhecidos. Quando o levantamento deve ser interrompido, sem que a linha tenha sido fechada, faz-se uma série de leituras no início do período de imobilidade do instrumento e outra no final desse período; a diferença entre os valores obtidos, corrigidos dos demais efeitos sistemáticos, é atribuída à deriva estática, devendo ser subtraída de todas as leituras posteriores da mesma linha. O erro de fechamento da linha é atribuído à deriva dinâmica, que é considerada linear com o tempo, e, desse modo, corrigida nas leituras das estações intermediárias. A diferença no tratamento das duas derivas, estática e dinâmica, justifica-se em função da mudança no estado do gravímetro. O comprimento da linha é definido em função do intervalo de tempo no qual a deriva pode ser considerada linear; isso depende do tipo de gravímetro usado e da acurácia desejada.

#### 2.3.7. Função de Calibração ou de Escala

Nas medidas gravimétricas, a uma determinada variação da gravidade corresponde uma variação de leitura do gravímetro, expressa em uma escala convencional, própria do instrumento (nº de voltas

de um parafuso micrométrico). A determinação da correta relação entre aquela variação, em miligals, e a variação de leitura, em graduações da escala do instrumento, é conhecida como calibração. Esta relação, dependendo do tipo de gravímetro, pode ser linear (v.g. gravímetro Worden), ou não-linear (v.g. gravímetro La Coste & Romberg). No primeiro caso, representa-se por um único fator, que se aplica a toda a extensão da escala do instrumento; no segundo caso, representa-se por uma função do segundo ou maior grau, ou ainda uma função trigonométrica, sendo, então, determinadas constantes diferentes para intervalos definidos da escala.

Como um erro no fator ou função de calibração ou escala dá origem a um erro sistemático proporcional à variação da gravidade medida, é importante que a calibração seja bem acurada. Para tal, é utilizado um dos seguintes métodos <sup>[32]</sup>, <sup>[33]</sup>, <sup>[34]</sup> e <sup>[35]</sup>:

- 1 - Observações entre estações com diferença de gravidade conhecida;
- 2 - Observações das variações de leitura com a inclinação do gravímetro; e
- 3 - Suspensão de carga adicional.

#### 2.3.7.1. Calibração Entre Estações com Diferença de Gravidade Conhecida

Neste método o fator de escala  $c$  do gravímetro é determinado dividindo-se a diferença de gravidade conhecida,  $\Delta g$  pela diferença de leituras correspondente,  $\Delta l$ .

Assim,

$$c = \frac{\Delta g}{\Delta l} . \quad (2.3.7.1.1)$$

A precisão da determinação de  $c$  com este método depende dos erros em  $\Delta g$  e  $\Delta l$ . Assim, considerando que não existe correlação entre  $\Delta g$  e  $\Delta l$ , é válida a seguinte equação:

$$\frac{\sigma_c^2}{c^2} = \frac{\sigma_{\Delta g}^2}{(\Delta g)^2} + \frac{\sigma_{\Delta l}^2}{(\Delta l)^2} \quad (2.3.7.1.2)$$

onde  $\sigma_c^2$  é a variância do fator de escala;  $\sigma_{\Delta g}^2$  é a variância do intervalo de gravidade padrão; e  $\sigma_{\Delta l}^2$  é a variância da diferença de leitura. Conclui-se, portanto, que a determinação do fator de escala com um erro relativo da ordem de  $1 \times 10^{-4}$ , implica na medida do intervalo de gravidade  $\Delta g$  com um erro relativo pelo menos igual, considerando negligenciável o erro em  $\Delta l$ . Assim, se o intervalo de gravidade é conhecido com um desvio padrão de 0,05 mGal, sua magnitude deve ser no mínimo de 500 mGal.

Quando a escala do gravímetro não é linear, são necessários vários intervalos de gravidade conhecidos, a fim de se atingir toda a amplitude de leitura do instrumento. Para cada intervalo determina-se, então, um fator de escala, que se aplica ao intervalo de leituras correspondente. A função de calibração do gravímetro La Coste & Romberg é representada por uma tabela, cuja amplitude de leituras vai de 0 a 7000 unidades, dividida em intervalos de 100 unidades, para os quais o fabricante fornece os respectivos fatores de escala.

São notórias as dificuldades práticas deste método de calibração: viagens longas, a fim de serem obtidos intervalos de gravidade suficientemente grandes; gasto de tempo e recursos financeiros relativamente altos; e nem sempre são obtidos resultados compatíveis com a acurácia desejada. Devido a estas dificuldades, o método é utilizado principalmente para o controle da calibração efetuada

por outros métodos, ou na impossibilidade da aplicação destes. Em<sup>36</sup> encontra-se publicada uma avaliação das funções de calibração de seis gravímetros La Coste & Romberg, utilizando o método das estações com diferença de gravidade conhecida.

#### 2.3.7.2. Calibração pelo Método de Inclinação

O método de calibração por inclinação se aplica aos gravímetros cujos sistemas elásticos são do tipo rotacional. Baseia-se na influência da inclinação sobre as leituras gravimétricas, ou seja, inclinando-se o gravímetro de um pequeno ângulo  $\beta$  a partir de sua posição normal, a leitura diminuirá como se a gravidade fosse diminuída de acordo com a equação (2.3.5.4). Portanto, ao inclinar o gravímetro, suas leituras serão expressas mediante a equação:

$$c \Delta l = c (\ell_1 - \ell_0) = -g \frac{\beta^2}{2}, \quad (2.3.7.2.1)$$

onde  $\ell_1$  e  $\ell_0$  são as leituras com o gravímetro inclinado e com o gravímetro perfeitamente nivelado, respectivamente; assim,

$$c = -\frac{g}{\Delta l} \times \frac{\beta^2}{2}. \quad (2.3.7.2.2)$$

Considerando a inexistência de correlação entre as variáveis do segundo membro, pode-se escrever:

$$\frac{\sigma_c^2}{c^2} = \frac{\sigma_g^2}{g^2} + \frac{4\sigma_\beta^2}{\beta^2} + \frac{\sigma_{\Delta l}^2}{(\Delta l)^2}. \quad (2.3.7.2.3)$$

Decorre daí que, se o erro relativo na calibração deve ser da ordem de  $1 \times 10^4$ , o valor de  $g$  deve ser conhecido com um erro máximo de 100 mGal, o que é sempre possível. O erro relativo máximo tolerável na medida do ângulo  $\beta$  deve ser duas vezes menor do que o erro de calibração, ou seja:

$$\frac{\sigma_{\beta}}{\beta} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_c}{c} .$$

Para uma inclinação de  $1^{\circ}$ , o erro máximo de  $\beta$  deve ser  $\sigma_{\beta} = 0,18''$ , para assegurar uma calibração com erro relativo da ordem de  $1 \times 10^{-4}$ .

Neste caso, a redução aparente na gravidade, dada pela equação (2.3.7.2.1), considerando  $g = 979$  Gal, será de 149 mGal.

Para uma variação de leitura da ordem de 100 mGal, o erro máximo de leitura deve ser de 0,01 mGal; para assegurar a acurácia preconizada. O gravímetro La Coste & Romberg, segundo o fabricante [11], possui esta exatidão de leitura.

Para a execução deste método de calibração são usadas pranchas reclináveis, ou os próprios parafusos calantes do instrumento, sendo o ângulo  $\beta$  medido diretamente no limbo vertical de um teodolito, ou deduzido em função do passo do parafuso e do número de voltas efetuadas durante a inclinação [37], [38] e [39].

Com este método um gravímetro pode ser calibrado em toda a extensão de sua escala, sem a necessidade de ser transportado de uma estação para outra. Entretanto, a medição do ângulo de inclinação deve ser feita com muito cuidado, a fim de que se possa obter a exatidão necessária.

### 2.3.7.3 Calibração por Suspensão de Carga Adicional

Este método baseia-se no efeito produzido pelo aumento da massa móvel do sistema elástico sobre as leituras do gravímetro. Conhecendo-se o valor do incremento de massa é fácil calcular o peso adicional e a correspondente variação aparente da gravidade. Assim, se  $\Delta m$  é o incremento de massa, o peso adicional será:

$$\delta p = g \Delta m .$$

Considerando, agora, a massa  $m$  constante, a mesma variação no peso seria observada em presença de uma variação da gravidade equivalente,  $\Delta g$ . Deste modo,

$$\delta p = g \Delta m = \Delta g m ,$$

e a variação aparente da gravidade em função da adição de massa é dada por:

$$\Delta g = g \frac{\Delta m}{m}$$

Como  $\Delta g = c (\ell_1 - \ell_0)$ , resulta:

$$c = \frac{g}{\ell_1 - \ell_0} \times \frac{\Delta m}{m} = \frac{g}{\Delta \ell} \times \frac{\Delta m}{m} .$$

Este método é aplicável somente aos gravímetros que possuem dispositivos especiais que permitem a suspensão das massas adicionais, além disso requer muita exatidão no conhecimento de tais massas e da distância do seu ponto de suspensão ao eixo de rotação do sistema<sup>40</sup>.

## CAPÍTULO 3

### O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

#### 3.1. Princípio do Método

Nas observações de qualquer grandeza estão presentes erros de diversas fontes (instrumentos, condições exteriores e observador). Embora não seja possível evitá-los totalmente, procura-se eliminar algumas de suas causas, atenuar as que restam e, visto que não se pode obter o valor verdadeiro da grandeza, calcular o seu melhor estimador.

A expressão da probabilidade de se cometer um erro  $v$ , deduzida por Gauss, é dada pela função densidade de probabilidade da distribuição normal:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} v^2},$$

em que  $\sigma^2$  é a variância da grandeza observada.

A função de verossimilhança ("likelihood") para a distribuição normal é:

$$L(v) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2)}$$

O estimador de máxima verossimilhança corresponde ao valor máximo de  $L(v)$  que ocorrerá quando a soma dos quadrados dos erros,  $\sum v_i^2$ , for mínima. Na hipótese de se tratarem de observações de diferentes precisões, a expressão a tornar mínima será a soma  $\sum p_i v_i^2$ , onde  $p_i$  são os pesos que definem a precisão relativa das observações,



dados pelas relações  $\sigma_o^2/\sigma_i^2$  entre a variância da observação tomada como referência (peso unitário),  $\sigma_o^2$ , e a variância da observação considerada,  $\sigma_i^2$ .

Designando por  $V = (v_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , o vetor dos resíduos e por  $P$  uma matriz diagonal, onde os elementos da diagonal principal são os pesos das observações, a função a ser minimizada será dada pelo produto  $V^T P V$ , onde  $V^T$  é o vetor transposto de  $V$ , ou seja:

$$V^T P V = \text{mínimo} \quad (3.1.1)$$

### 3.2. Modelos Matemáticos

Algumas vezes as grandezas observáveis encontram-se subordinadas a determinadas leis que as vinculam com parâmetros incógnitas e/ou constantes, através de uma relação matemática denominada modelo matemático [41]. Constantes são grandezas admitidas como perfeitamente conhecidas, sem erros, consideradas como integrantes do próprio modelo. Parâmetros incógnitas são grandezas a respeito das quais se dispõe de pouca ou nenhuma informação, são usualmente denotadas pelo vetor  $X = (x_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, u$ . Grandezas observáveis são grandezas físicas ou geométricas capazes de serem observadas, usualmente são denotadas pelo vetor  $L = (l_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Um modelo matemático pode ser expresso na seguinte forma:

$$F(X, L) = 0, \quad (3.2.1)$$

onde  $F = (f_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , denota o vetor das funções que associam  $X$  e  $L$ , bem como as constantes envolvidas, podendo ser linear ou não-linear. No segundo caso o modelo deve ser linearizado a fim de que se possa obter a solução do sistema. Com este objetivo o modelo é aproximado por série de Taylor multidimensional, ou seja:

$$F(X,L) = F(X_0, L_0) + \frac{\partial F}{\partial X} \bigg|_{\substack{X = X_0 \\ L = L_0}} (X - X_0) + \frac{\partial F}{\partial L} \bigg|_{\substack{X = X_0 \\ L = L_0}} (L - L_0) = 0, \quad (3.2.2)$$

onde  $X_0 = (x_i^0)$ ,  $i = 1, 2, \dots, u$ , é um vetor suficientemente próximo de  $X$ ;  
 $L_0 = F(X_0) = (l_i^0)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , é um vetor suficientemente próximo de  $L$ .

### 3.3. Solução de Modelos Superabundantes

Um modelo superabundante ocorre sempre que o número de equações é maior do que o número de incógnitas, ou seja,  $m > u$ . Em um sistema superabundante os erros de observação tornam o sistema matematicamente inconsistente, fornecendo soluções diferentes para cada conjunto distinto de  $u$  equações. A solução é reformular o modelo expresso pela equação (3.2.1), introduzindo um vetor correção  $R = (r_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , substituindo  $X$  e  $L$  por seus estimadores, resultando:

$$F(\hat{X}, \hat{L}) = F(\hat{X}, \hat{L} + R) = 0 \quad (3.3.1)$$

O problema, agora, consiste na determinação dos estimadores  $\hat{X}$  e  $\hat{L}$ . Um dos métodos para se determinar  $\hat{X}$  e  $\hat{L}$  é o de mínimos quadrados que, como já foi visto, conduz à obtenção do estimador de máxima verossimilhança. Neste caso, o vetor correção será denotado por  $V = (v_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , e será denominado vetor dos resíduos; o vetor estimador dos parâmetros incógnitas será denotado por  $X_a = (x_i^a)$ ,  $i = 1, 2, \dots, u$ , e denominar-se-á vetor dos parâmetros ajustados; o vetor estimador das grandezas observáveis denotar-se-á por  $L_a = (l_i^a)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , e será chamado de vetor das observações ajustadas.

Assim, a equação (3.2.2) assume a forma:

$$F(X_a, L_a) = F(X_o + X, L_b + V) \quad \text{ou}$$

$$F(X_a, L_a) = F(X_o, L_b) + \frac{\partial F}{\partial X_a} \bigg|_{\substack{X_a=X_o \\ L_a=L_b}} (X_a - X_o) + \frac{\partial F}{\partial L_a} \bigg|_{\substack{X_a=X_o \\ L_a=L_b}} (L_a - L_b) = 0 \quad (3.3.2)$$

$$\begin{aligned} X_a &= X_o & X_a &= X_o \\ L_a &= L_b & L_a &= L_b \end{aligned}$$

onde  $X_o = (x_i)$  é o vetor dos parâmetros aproximados;  $L_b = (l_i^b)$  é o vetor dos valores observados e  $X = (x_i)$  é o vetor das correções que devem ser adicionadas aos valores aproximados,  $X_o$ , para se obter  $X_a$ .

A equação (3.3.2) pode ser escrita da seguinte forma:

$$AX + BV + W = 0, \quad (3.3.3)$$

$$\text{onde } A = \{(a_{ij}), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, u\} = \frac{\partial F}{\partial X_a} \bigg|_{\substack{X_a=X_o \\ L_a=L_b}}; \quad (3.3.4)$$

$$B = \{(b_{ij}), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n\} = \frac{\partial F}{\partial L_a} \bigg|_{\substack{X_a=X_o \\ L_a=L_b}} \quad \text{e} \quad (3.3.5)$$

$$W = \{(w_i), i = 1, 2, \dots, m\} = F(X_o, L_b) \quad (3.3.6)$$

Deseja-se, então, resolver o sistema dado pela equação (3.3.3.) pelo método dos mínimos quadrados. Com este objetivo Lagrange definiu a função:

$$\phi = V^T P V - 2K^T (AX + BV + W), \quad (3.3.7)$$

onde  $K = (k_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, m$ , é o vetor dos coeficientes lagrangianos ou correlatos.

Uma análise da função  $\phi$  permite observar que, para os valores de  $X$  e  $V$  que satisfazem a equação (3.3.3),  $\phi$  é igual a  $V^T P V$ , ou seja, para estes valores o mínimo de  $\phi$  será o mesmo de  $V^T P V$ .

Igualando a zero as derivadas parciais de  $\phi$  em relação a  $X$ ,  $V$  e  $K$ , tem-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial X} = -2A^T K = 0 \quad \text{ou} \quad A^T K = 0, \quad (3.3.8)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial V} = 2PV - 2B^T K \quad \text{ou} \quad PV - B^T K = 0, \quad (3.3.9)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial K} = -2(AX + BV + W) \quad \text{ou} \quad AX + BV + W = 0 \quad (3.3.10)$$

Resolvendo a equação (3.3.9) em relação a  $V$  e substituindo esse valor em (3.3.10), tem-se:

$$V = P^{-1} B^T K \quad (3.3.11)$$

e  $AX + B P^{-1} B^T K + W = 0;$

ou, fazendo  $M = B P^{-1} B^T$ , (3.3.12)

$$AX + MK + W = 0,$$

que, resolvida em relação a  $K$ , conduz a:

$$K = -M^{-1}(AX + W). \quad (3.3.13)$$

Substituindo este valor na equação (3.3.8), resulta:

$$A^T M^{-1}(AX + W) = 0,$$

ou  $A^T M^{-1}AX + A^T M^{-1}W = 0,$

que resolvida em relação a  $X$  fornece:

$$X = -(A^T M^{-1}A)^{-1} A^T M^{-1}W. \quad (3.3.14)$$

Obtida a matriz  $M$  pela equação (3.3.12) pode-se obter  $X$  da equação (3.3.14) e, em função deste, obter-se

$$X_a = X_o + X. \quad (3.3.15)$$

Sequencialmente calcula-se  $K$ ,  $V$  e, finalmente,

$$L_a = L_b + V \quad (3.3.16)$$

Se o modelo matemático foi submetido à aproximação linear por série de Taylor, o processo deverá ser repetido até que se estabeleça a convergência das grandezas ajustadas. Neste caso, para a  $i$ -ésima iteração,  $W^i = F(L_o^i, X_o^i) + B^i(L_b - L_o^i)$ , sendo  $X_o^i = X_a^{i-1}$  e  $L_o^i = L_a^{i-1}$  os novos vetores das grandezas aproximadas.

A partir da inversa da matriz  $M$  pode-se obter a matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados, ou seja  $|^{42}|$ ,

$$\Sigma_x = \sigma_o^2 (A^T M^{-1} A)^{-1}, \quad (3.3.17)$$

onde  $\sigma_o^2 = \frac{V^T P V}{m-u} \quad (3.3.18)$

é a variância da observação de peso unitário "a posteriori".

A matriz variância-covariância das observações ajustadas será dada por  $|^{43}|$ :

$$\Sigma_{L_a} = \sigma_o^2 \left[ P^{-1} + P^{-1} B^T M^{-1} A (A^T M^{-1} A)^{-1} A^T M^{-1} B P^{-1} - P^{-1} B^T M^{-1} B P^{-1} \right] \quad (3.3.19)$$

Em alguns casos o modelo matemático permite que as observações ajustadas sejam expressas de forma explícita em função dos parâmetros ajustados, ou seja:

$$L_a = F(X_a); \quad (3.3.20)$$

neste caso, o modelo matemático será dito paramétrico ou das equações de observação e a matriz  $B$  será igual a  $-I$ . Em outros

casos o modelo matemático poderá envolver apenas observações, exprimindo condições entre elas, sem o envolvimento de parâmetros, ou seja:

$$F(L_a) = 0; \quad (3.3.21)$$

neste caso, o modelo será dito dos correlatos ou das equações de condição e a matriz A será nula.

O caso abordado é o caso mais geral, envolvendo implícita e simultaneamente parâmetros e observações, sendo o modelo, por isso, denominado combinado.

### 3.4 Injunção

As soluções práticas de alguns problemas às vezes são condicionadas à introdução de informações adicionais, além do próprio modelo matemático principal. Estas informações são comumente denominadas injunções. As injunções podem estar vinculadas a uma ou mais variáveis do problema, podendo, em alguns casos, serem essenciais a sua solução, eliminando possíveis singularidades na matriz M.

Costuma-se distinguir os seguintes tipos de injunções<sup>44</sup>:

- a) Injunção funcional: quando as variáveis estão subordinadas a um modelo matemático que correlacione parâmetros. Podem apresentar-se de forma explícita, quando não envolvem observações, ou implícitas, quando envolvem simultaneamente parâmetros e observações.
- b) Injunção absoluta: quando o modelo matemático expressa uma lei física ou matemática em que os parâmetros envolvidos são considerados fixos, ou seja, constantes sem erro.

- c) Injunção relativa ou ponderada: quando o modelo matemático baseia-se em observações, em vez de relações teóricas entre os parâmetros, devendo, portanto, estarem associadas a pesos que expressem suas precisões relativas.

A solução do problema com injunções funcionais é abordada em [45] e [46]. As injunções absolutas podem ser consideradas como um caso particular das injunções relativas, tomando-se os parâmetros como observações com pesos infinitos. Portanto, apenas o último caso será tratado neste trabalho.

## CAPÍTULO 4

### SOLUÇÃO DE MODELOS SUPERABUNDANTES

#### COM INJUNÇÕES RELATIVAS

#### 4.1. Injunções Relativas ou Ponderadas

O modelo matemático para as injunções relativas é  $|^{47}|$ :

$$G(X_a, \overset{c}{L}_a) = 0 \quad (4.1.1)$$

onde  $G = (g_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, r$ , é o vetor das funções de injunções relativas e  $\overset{c}{L}_a = (\overset{ca}{l}_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, s$ , é o vetor das observações ajustadas, vinculadas às injunções. A forma linearizada é:

$$CX + D\overset{c}{V} + \overset{c}{W} = 0 \quad (4.1.2)$$

onde  $C = \{(C_{ij})\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, r$ ;  $j = 1, 2, \dots, u\} = \left. \frac{\partial G}{\partial X_a} \right|$ ; (4.1.3)

$$X_a = X_o$$

$$\overset{c}{L}_a = \overset{c}{L}_b$$

$$D = \{(d_{ij})\}$$
,  $i = 1, 2, \dots, r$ ;  $j = 1, 2, \dots, s\} = \left. \frac{\partial G}{\partial \overset{c}{L}_a} \right|$ ; (4.1.4)

$$X_a = X_o$$

$$\overset{c}{L}_a = \overset{c}{L}_b$$

$$\overset{c}{W} = \{(\overset{c}{w}_i)\}$$
,  $i = 1, 2, \dots, r\} = G(X_o, \overset{c}{L}_b)$ ; (4.1.5)

$$\overset{c}{L}_b = (\overset{cb}{l}_i)$$
,  $i = 1, 2, \dots, s$ , é o vetor das observações e

$$\overset{c}{V} = (\overset{c}{v}_i)$$
,  $i = 1, 2, \dots, s$ , é o vetor dos resíduos relativos às

observações  $\overset{c}{L}_b$ .



#### 4.2. Solução do Problema

A solução de modelos superabundantes pelo método dos mínimos quadrados com injunções relativas pode ser obtida achando-se o mínimo da função:

$$\phi^C = V^T P V + \frac{C}{V^T P V} - 2K^T (AX + BV + W) - 2K^T (CX + DV + W) \quad (4.2.1)$$

Igualando a zero as derivadas parciais de  $\phi^C$  em relação a  $X, V, \frac{C}{V}, K$  e  $\frac{C}{K}$ , tem-se:

$$\frac{\partial \phi^C}{\partial X} = - (2A^T K + 2C^T \frac{C}{K}) = 0 \quad \text{ou} \quad A^T K + C^T \frac{C}{K} = 0 ; \quad (4.2.2)$$

$$\frac{\partial \phi^C}{\partial V} = 2(PV - B^T K) = 0 \quad \text{ou} \quad PV - B^T K = 0 ; \quad (4.2.3)$$

$$\frac{\partial \phi^C}{\partial \frac{C}{V}} = 2(\frac{CC}{PV} - D^T \frac{C}{K}) = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{CC}{PV} - D^T \frac{C}{K} = 0 ; \quad (4.2.4)$$

$$\frac{\partial \phi^C}{\partial K} = - 2(AX + BV + W) = 0 \quad \text{ou} \quad AX + BV + W = 0 \quad (4.2.5)$$

$$\frac{\partial \phi^C}{\partial \frac{C}{K}} = - 2(CX + D\frac{C}{V} + W) = 0 \quad \text{ou} \quad CX + D\frac{C}{V} + W = 0 ; \quad (4.2.6)$$

Resolvendo a equação (4.2.3) em relação a  $V$  e substituindo o resultado na equação (4.2.5), vem:

$$V = P^{-1} B^T K \quad (4.2.7)$$

e  $AX + B P^{-1} B^T K + W = 0,$

ou, fazendo  $M = B P^{-1} B^T,$  (4.2.8)

$$AX + MK + W = 0,$$

que, resolvida em relação a  $K$ , conduz a

$$K = -M^{-1}(AX + W). \quad (4.2.9)$$

Procedendo de forma análoga com as equações (4.2.4) e (4.2.6), resulta:

$$V = P^{-1} D^T K, \quad (4.2.10)$$

$$M = D P^{-1} D^T \quad (4.2.11)$$

e 
$$K = -M^{-1}(CX + W) \quad (4.2.12)$$

Substituindo (4.2.9) e (4.2.12) na (4.2.2), resulta:

$$-A^T \left[ M^{-1}(AX + W) \right] - C^T \left[ \bar{M}^{-1}(CX + \bar{W}) \right] = 0,$$

ou

$$(A^T M^{-1} A + C^T \bar{M}^{-1} C) X + A^T M^{-1} W + C^T \bar{M}^{-1} \bar{W} = 0,$$

ou ainda,

$$X = -(A^T M^{-1} A + C^T \bar{M}^{-1} C)^{-1} (A^T M^{-1} W + C^T \bar{M}^{-1} \bar{W}). \quad (4.2.13)$$

Fazendo 
$$R = A^T M^{-1} A + C^T \bar{M}^{-1} C \quad (4.2.14)$$

e 
$$S = A^T M^{-1} W + C^T \bar{M}^{-1} \bar{W}, \quad (4.2.15)$$

vem: 
$$X = -R^{-1} S \quad (4.2.16)$$

e 
$$X_a = X_o + X. \quad (4.2.17)$$

### 4.3. Matriz Variância-Covariância dos Parâmetros Ajustados

A matriz variância-covariância,  $\Sigma_Y$ , de uma variável  $n$ -dimensional,  $Y$ , pode ser expressa da seguinte forma <sup>[48]</sup>:

$$\Sigma_Y = E\{(Y - U_Y) (Y - U_Y)^T\}, \quad (4.3.1)$$

onde  $U_Y = E\{Y\}$  denota a esperança da variável  $Y$ .

Considerando as variáveis  $n$ -dimensionais  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  correlacionadas linearmente segundo o modelo matemático:

$$Y = GX + HZ + C, \quad (4.3.2)$$

a esperança de  $Y$  será:

$$U_Y = E\{Y\} = E\{GX + HZ + C\} = GE\{X\} + HE\{Z\} + C \quad (4.3.3)$$

Da equação (4.3.1), decorre:

$$\Sigma_Y = E\left\{ \left[ GX + HZ + C - GE\{X\} - HE\{Z\} - C \right] \left[ GX + HZ + C - GE\{X\} - HE\{Z\} - C \right]^T \right\},$$

ou 
$$\Sigma_Y = E\left\{ \left[ G(X - U_X) + H(Z - U_Z) \right] \left[ G(X - U_X) + H(Z - U_Z) \right]^T \right\},$$

ou 
$$\Sigma_Y = E\left\{ \left[ G(X - U_X) + H(Z - U_Z) \right] \left[ (X - U_X)^T G^T + (Z - U_Z)^T H^T \right] \right\},$$

ou ainda, 
$$\Sigma_Y = E\{G(X - U_X)(X - U_X)^T G^T + H(Z - U_Z)(Z - U_Z)^T H^T + H(Z - U_Z)(X - U_X)^T G^T + G(X - U_X)(Z - U_Z)^T H^T\},$$

resultando, 
$$\Sigma_Y = GE\{(X - U_X)(X - U_X)^T\}G^T + HE\{(Z - U_Z)(Z - U_Z)^T\}H^T + HE\{(Z - U_Z)(X - U_X)^T\}G^T + GE\{(X - U_X)(Z - U_Z)^T\}H^T,$$

que, considerando a equação (4.3.1), pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Sigma_Y = G\Sigma_X G^T + H\Sigma_Z H^T + H\Sigma_{ZX} G^T + G\Sigma_{XZ} H^T. \quad (4.3.4)$$

Se  $X$  e  $Z$  forem variáveis independentes  $\Sigma_{ZX}$  e  $\Sigma_{XZ}$  serão nulas. Então:

$$\Sigma_Y = G\Sigma_X G^T + H\Sigma_Z H^T. \quad (4.3.5)$$

Caso a correlação entre as variáveis não seja linear, a equação (4.3.5) continua sendo válida. Neste caso <sup>48</sup>,

$$G = \left. \frac{\partial Y}{\partial X} \right|_{X=X_0} \quad \text{e} \quad H = \left. \frac{\partial Y}{\partial Z} \right|_{Z=Z_0}$$

Considerando a equação (4.2.17),

$$\Sigma_{X_a} = \Sigma_X,$$

visto que  $X_0$  é constante.

Tendo em vistas as equações (4.2.13) e (4.2.14)e, considerando que

$$W = F(X_0, L_b) \quad \text{e} \quad \overset{C}{W} = G(X_0, \overset{C}{L}_b),$$

$$\text{tem-se} \quad X = -R^{-1} \left[ A^T M^{-1} F(X_0, L_b) + C^T \overset{C}{M}^{-1} G(X_0, \overset{C}{L}_b) \right].$$

Como  $L_b$  e  $\overset{C}{L}_b$  são independentes

$$\Sigma_{X_a} = G \Sigma_{L_b} G^T + H \Sigma_{\overset{C}{L}_b} H^T, \quad (4.3.6)$$

$$\text{onde,} \quad G = \frac{\partial X}{\partial L_b} = -R^{-1} A^T M^{-1} \frac{\partial F(X_0, L_b)}{\partial L_b} = -R^{-1} A^T M^{-1} B \quad (4.3.7)$$

$$\text{e} \quad H = \frac{\partial X}{\partial \overset{C}{L}_b} = -R^{-1} C^T \overset{C}{M}^{-1} \frac{\partial G(X_0, \overset{C}{L}_b)}{\partial \overset{C}{L}_b} = -R^{-1} C^T \overset{C}{M}^{-1} D. \quad (4.3.8)$$

As matrizes de covariâncias dos valores observados  $\Sigma_{L_b}$  e  $\Sigma_{\overset{C}{L}_b}$  são dadas por <sup>49</sup>:

$$\Sigma_{L_b} = \sigma_o^2 P^{-1} \quad (4.3.9)$$

$$\Sigma_{\overset{C}{L}_b} = \sigma_o^2 \overset{C}{P}^{-1} \quad (4.3.10)$$

onde 
$$\sigma_o^2 = \frac{V_{PV}^T + \frac{C^T C C}{V_{PV}^T}}{m + r - u} \quad (4.3.11)$$

Substituindo as equações (4.3.7), (4.3.8), (4.3.9) e (4.3.10) na equação (4.3.6), vem:

$$\Sigma_{X_a} = \sigma_o^2 R^{-1} A^T M^{-1} B P^{-1} B^T M^{-1} A R^{-1} + \sigma_o^2 R^{-1} C^T M^{-1} D P^{-1} D^T M^{-1} C R^{-1}.$$

Considerando que

$$B P^{-1} B^T = M$$

e 
$$D P^{-1} D^T = \frac{C}{M},$$

tem-se 
$$\Sigma_{X_a} = \sigma_o^2 R^{-1} (A^T M^{-1} A + C^T M^{-1} C) R^{-1}.$$

Considerando, ainda, que  $A^T M^{-1} A + C^T M^{-1} C = R$ , resulta:

$$\Sigma_{X_a} = \sigma_o^2 R^{-1} \quad (4.3.12)$$

## CAPÍTULO 5

### MODELOS MATEMÁTICOS

#### EM AJUSTAMENTOS GRAVIMÉTRICOS

##### 5.1. Considerações Físicas

Como já foi visto anteriormente, no item 2.3.7, as observações gravimétricas fornecem diretamente as leituras das graduações da escala do gravímetro. Tais leituras estão sujeitas a alguns efeitos sistemáticos que devem ser considerados no modelo matemático, corrigidos antes do ajustamento das observações, ou evitados nos processos de construção e operação do instrumento. No primeiro caso, os parâmetros que definem o efeito sistemático serão determinados na solução do modelo, uma vez definida a função que os correlaciona. No segundo caso, os efeitos sistemáticos estão vinculados a condições particulares de cada observação, não sendo possível definir uma função que generalize sua correção, sendo preferível efetuar-se as correções antes do ajustamento, definindo-se o modelo em função dos valores observados corrigidos. Neste caso situam-se a função de calibração, definida previamente pelo fabricante do instrumento, e a deriva instrumental, que é subordinada às condições externas às quais o aparelho é submetido (meio de transporte, tipos de estradas, condições climáticas, etc). No terceiro caso, os efeitos sistemáticos são evitados através de dispositivos compensadores ou eliminadores inseridos no próprio aparelho pelo fabricante, acompanhado de cuidados operacionais específicos. Neste caso, situam-se os efeitos da temperatura, da pressão atmosférica, do campo magnético e da inclinação do aparelho.

Além dos efeitos sistemáticos inerentes ao instrumento, de vem ser considerados aqueles de natureza externa que estão presentes nas observações. Dentre estes costuma-se considerar o efeito da atração gravitacional luni-solar e o efeito da diferença de escala entre o instrumento e o sistema de referência ao qual as observações serão ajustadas. O efeito da atração luni-solar é corrigido antes do ajustamento, em função das coordenadas do ponto de observação e do instante em que esta foi efetuada  $|^{50}|$ ,  $|^{51}|$ . A diferença de escala em relação ao sistema de referência é considerada, inserindo-se no modelo matemático termos de correção de escala de diferentes graus, envolvendo os respectivos fatores como parâmetros incôgnitas a serem determinados no ajustamento. Experiências com gravímetros La Coste & Romberg demonstraram que a correção de escala não apresenta falta de linearidade significativa até uma amplitude de escala de 2000 mGal  $|^{36}|$ .

## 5.2. Modelos Matemáticos

Os levantamentos gravimétricos, geralmente, são realiza-dos de modo a constituírem malhas de pontos (estações), cuja gravidade se deseja determinar, conectados entre si, formando circuitos fechados. O ajustamento da rede, assim formada, pode ser conduzido pelo método dos mínimos quadrados com base nos modelos: combinado, paramétrico ou dos correlatos. O ajustamento pelo modelo paramétrico é analisado em  $|^{52}|$  e, por se tratar de um caso particular do modelo combinado, não será analisado neste trabalho.

### 5.2.1. Modelo dos Correlatos ou das Equações de Condição

O problema consiste em obter-se os melhores estimadores das grandezas observadas, com a condição de que a soma dos intervalos de gravidade que constituem um circuito fechado seja igual a zero. Neste caso o modelo matemático envolverá apenas as grandezas observáveis,

$L_a$ , sem vinculação com parâmetros incógnitas,  $X_a$ . Embora os intervalos de gravidade não sejam observados diretamente com os gravímetros mecânicos, na realidade eles são as grandezas que se deseja observar, podendo ser obtidos a partir das leituras instrumentais corrigidas da função de calibração, da atração luni-solar e da deriva instrumental. Portanto, neste trabalho serão considerados como grandezas observáveis os intervalos de gravidade.

O modelo matemático das equações de condição ou dos correlatos é dado pela equação (3.3.2.1):

$$F(L_a) = 0, \quad (5.2.1.1)$$

que na forma linearizada é escrito do seguinte modo:

$$BV + W = 0, \quad (5.2.1.2)$$

onde  $B = \left. \frac{\partial F}{\partial L_a} \right|_{L_a=L_b}$  (5.2.1.3)

$$W = F(L_b) \quad e \quad (5.2.1.4)$$

$V$  é o vetor dos resíduos que adicionado ao vetor dos valores observados,  $L_b$ , fornece o vetor das observações ajustadas,  $L_a$ . Assim,

$$L_a = L_b + V, \quad (5.2.1.5)$$

com  $V = P^{-1} B^T K$ , (5.2.1.6)

$$K = -M^{-1} W \quad e \quad (5.2.1.7)$$

$$M = B P^{-1} B^T \quad (5.2.1.8)$$

A matriz variância-covariância,  $\Sigma_{L_a}$ , das observações ajustadas é dada por  $|^{53}|$ :



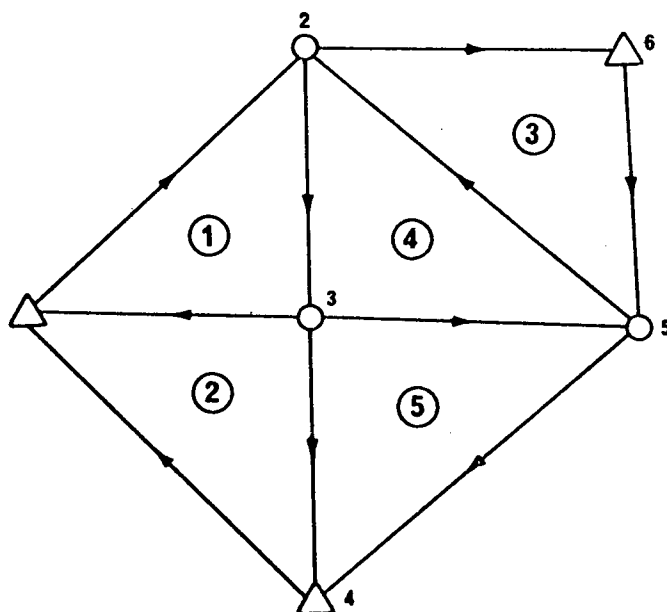
$$\Sigma_{L_a} = \sigma_o^2 P^{-1} (I - B^T M^{-1} B P^{-1}) \quad (5.2.1.9)$$

onde  $\sigma_o^2 = \frac{V_{PV}^T}{m} = \frac{-K^T W}{m}, \quad (5.2.1.10)$

sendo  $m$  o número de equações de condição.

Supondo uma rede gravimétrica conforme a representada na figura 3.2.1.1, onde os intervalos de gravidade foram medidos no sentido da seta, o modelo matemático dado pela equação (5.2.1.1) será expresso pelo sistema de  $m = 5$  equações, correspondentes aos 5 (cinco) circuitos fechados, cujos números estão contornados por circunferências:

$$\begin{aligned} \text{circuito 1: } f_1(L_a) &= \Delta g_{12}^a + \Delta g_{23}^a + \Delta g_{31}^a = 0, \\ \text{circuito 2: } f_2(L_a) &= -\Delta g_{31}^a + \Delta g_{34}^a + \Delta g_{41}^a = 0, \\ \text{circuito 3: } f_3(L_a) &= \Delta g_{26}^a + \Delta g_{65}^a + \Delta g_{52}^a = 0, \\ \text{circuito 4: } f_4(L_a) &= \Delta g_{23}^a + \Delta g_{35}^a + \Delta g_{52}^a = 0, \\ \text{circuito 5: } f_5(L_a) &= -\Delta g_{34}^a + \Delta g_{35}^a + \Delta g_{54}^a = 0, \end{aligned} \quad (5.2.1.11)$$



**FIG. 3.2.1.1**

onde  $\Delta g_{ij}^a$  representa o genérico intervalo de gravidade ajustado entre as estações  $i$  e  $j$ .

O vetor dos valores observados,  $L_b$ , e o vetor dos resíduos  $V$ , são:

$$L_b = \begin{bmatrix} \Delta g_{12}^b \\ \Delta g_{23}^b \\ \Delta g_{31}^b \\ \Delta g_{34}^b \\ \Delta g_{41}^b \\ \Delta g_{26}^b \\ \Delta g_{65}^b \\ \Delta g_{52}^b \\ \Delta g_{35}^b \\ \Delta g_{54}^b \end{bmatrix} \quad e \quad V = \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{23} \\ v_{31} \\ v_{34} \\ v_{41} \\ v_{26} \\ v_{65} \\ v_{52} \\ v_{35} \\ v_{54} \end{bmatrix}$$

A matriz  $B$  é dada por:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

O vetor  $W = F(L_b)$ , neste caso é:

$$W = \begin{bmatrix} w_1 = \Delta g_{12}^b + \Delta g_{23}^b + \Delta g_{31}^b \\ w_2 = -\Delta g_{31}^b + \Delta g_{34}^b + \Delta g_{41}^b \\ w_3 = \Delta g_{26}^b + \Delta g_{65}^b + \Delta g_{52}^b \\ w_4 = \Delta g_{23}^b + \Delta g_{52}^b + \Delta g_{35}^b \\ w_5 = -\Delta g_{34}^b + \Delta g_{35}^b + \Delta g_{54}^b \end{bmatrix}$$

De posse de  $L_b$  e respectiva matriz de pesos,  $P$ , aplicando as equações (5.2.1.5-10) na ordem conveniente, obtem-se o vetor das observações ajustadas,  $L_a$ , e sua matriz variância-covariância,  $\Sigma_{L_a}$ .

O ajustamento pelo modelo dos correlatos fornece os intervalos de gravidade ajustados entre as estações da rede. Isso significa que, após o ajustamento, qualquer que seja o percurso utilizado para se calcular o intervalo de gravidade entre duas estações quaisquer o resultado será o mesmo. Para se obter o valor da gravidade nas estações da rede é necessário o conhecimento do valor da gravidade em pelo menos um de seus pontos, fazendo-se o transporte a partir deste para os demais. Entretanto, se o número de estações com gravidade conhecida for maior do que um, poderá existir diferença de escala entre a rede que se deseja ajustar e a rede de referência. Além disso, os valores de gravidade conhecidos podem não ter a mesma precisão e necessitarem da aplicação de pesos. Como o modelo dos correlatos, neste caso, não se vincula a nenhum referencial, a solução deste problema é conduzida através do modelo matemático combinado.

### 5.2.2. Modelo Combinado

O problema consiste em determinar-se os melhores estimadores para os parâmetros incôgnitas e grandezas observadas, suas precisões e correlações. Com esse objetivo define-se um modelo matemático que correlacione parâmetros e grandezas observáveis, conforme a equação (3.3.2). No caso de observações gravimétricas, para cada intervalo de gravidade, o modelo matemático poderá ser expresso na forma:

$$g_i - g_j + k \Delta g_{ij} = 0 , \quad (5.2.2.1)$$

onde  $g_i$  é o valor incôgnita da gravidade na i-ésima estação;

$g_j$  é o valor incôgnita da gravidade na j-ésima estação;

$k$  é o fator incôgnita de correção linear de escala para o instrumento utilizado;

$\Delta g_{ij} = r_j - r_i$  é o intervalo de gravidade entre as estações i e j, igual a diferença das leituras  $r_j$  e  $r_i$ , nas duas estações, na escala do aparelho, corrigidas dos efeitos sistemáticos conhecidos.

Neste caso, o modelo matemático será composto de m equações, correspondentes aos m intervalos de gravidade observados, envolvendo u parâmetros incôgnitas, relativos aos u-1 valores de gravidade,  $g_i$ , nas estações da rede e o fator linear de escala, k. Caso a diferença de escala do gravímetro em relação ao sistema de referência seja considerada não-linear, deverão ser inseridos no modelo fatores de escala de maior grau. Assim o modelo matemático poderá ser expresso na forma:

$$g_i - g_j + k(r_j - r_i) + l(r_j^2 - r_i^2) + m(r_j^3 - r_i^3) = 0 \quad (5.2.2.2)$$

onde  $l$  é o coeficiente quadrático de escala e

$m$  é o coeficiente cúbico de escala.

Aqui as grandezas observáveis são as leituras,  $r_i$ , e o número de parâmetros,  $u$ , corresponderá a  $u-3$  valores de gravidade,  $g_i$ , e 3 (três) fatores de escala,  $k$ ,  $l$ , e  $m$ . Os fatores de escala  $l$  e  $m$  podem não ser estatisticamente significativos ou mesmo não se justificarem fisicamente, considerando que a função de calibração do gravímetro já leva em conta a eventual falta de linearidade de sua escala. Desse modo, a não ser que a amplitude de escala utilizada seja muito grande (acima de 2000 mGal), medida com gravímetro geodésico, o modelo utilizado poderá ser o expresso pela equação (5.2.2.1), que oferece vantagens computacionais notórias, além de estar formulado em função dos intervalos de gravidade, cujos valores ajustados geralmente são de maior interesse do que as leituras instrumentais.

A rede gravimétrica representada na figura 3.2.1.1, considerando o modelo matemático dado pela equação (5.2.2.1), apresenta como vetores dos parâmetros ajustados,  $X_a$ , e das observações ajustadas,  $L_a$ , os seguintes:

$$X_a = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \\ g_5 \\ g_6 \\ k \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad L_a = \begin{bmatrix} \Delta g_{12} \\ \Delta g_{23} \\ \Delta g_{31} \\ \Delta g_{34} \\ \Delta g_{41} \\ \Delta g_{26} \\ \Delta g_{65} \\ \Delta g_{52} \\ \Delta g_{35} \\ \Delta g_{54} \end{bmatrix} \quad (5.2.2.3)$$

O modelo matemático será expresso pelo sistema de  $m = 10$  equações, correspondentes aos 10(dez) intervalos de gravidade observados:

$$\begin{aligned}
 f_1(X_a, L_a) &= g_1 - g_2 + k\Delta g_{12} , \\
 f_2(X_a, L_a) &= g_2 - g_3 + k\Delta g_{23} , \\
 f_3(X_a, L_a) &= g_3 - g_1 + k\Delta g_{31} , \\
 f_4(X, L_a) &= g_3 - g_4 + k\Delta g_{34} , \\
 f_5(X, L_a) &= g_4 - g_1 + k\Delta g_{41} , \\
 f_6(X, L_a) &= g_2 - g_6 + k\Delta g_{26} , \\
 f_7(X, L_a) &= g_6 - g_5 + k\Delta g_{65} , \\
 f_8(X, L_a) &= g_5 - g_2 + k\Delta g_{52} , \\
 f_9(X, L_a) &= g_3 - g_5 + k\Delta g_{35} , \\
 f_{10}(X, L_a) &= g_5 - g_4 + k\Delta g_{54} .
 \end{aligned} \tag{5.2.2.4}$$

Embora o modelo seja linear, é preferível trabalhar com valores de gravidade aproximados,  $X_0$ , objetivando evitar operações com números grandes e conseqüentes erros de arredondamento. Portanto o modelo pode ser expresso pela equação (3.3.3):

$$AX + BV + W = 0, \tag{5.2.2.5}$$

onde o vetor das correções aos valores aproximados,  $X$ , o vetor dos resíduos,  $V$ , e o vetor dos erros de fechamento,  $W$  (equação (3.3.6)), são dados por:

$$X = \begin{bmatrix} \delta g_1 \\ \delta g_2 \\ \delta g_3 \\ \delta g_4 \\ \delta g_5 \\ \delta g_6 \\ \delta k \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{23} \\ v_{31} \\ v_{34} \\ v_{41} \\ v_{26} \\ v_{65} \\ v_{52} \\ v_{35} \\ v_{54} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad W = \begin{bmatrix} w_1 = g_1^0 - g_2^0 + k^0 \Delta g_{12}^b \\ w_2 = g_2^0 - g_3^0 + k^0 \Delta g_{23}^b \\ w_3 = g_3^0 - g_1^0 + k^0 \Delta g_{31}^b \\ w_4 = g_3^0 - g_4^0 + k^0 \Delta g_{34}^b \\ w_5 = g_4^0 - g_1^0 + k^0 \Delta g_{41}^b \\ w_6 = g_2^0 - g_6^0 + k^0 \Delta g_{26}^b \\ w_7 = g_6^0 - g_5^0 + k^0 \Delta g_{65}^b \\ w_8 = g_5^0 - g_2^0 + k^0 \Delta g_{52}^b \\ w_9 = g_3^0 - g_5^0 + k^0 \Delta g_{35}^b \\ w_{10} = g_5^0 - g_4^0 + k^0 \Delta g_{54}^b \end{bmatrix}. \quad (5.2.2.6)$$

As matrizes A, dada pela equação (3.3.4), e B, dada pela equação (3.3.5), são:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta g_{12}^b \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \Delta g_{23}^b \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta g_{31}^b \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & \Delta g_{34}^b \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta g_{41}^b \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & \Delta g_{26}^b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & \Delta g_{65}^b \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \Delta g_{52}^b \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & \Delta g_{35}^b \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & \Delta g_{54}^b \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = k \begin{bmatrix} I & \\ & I \end{bmatrix}_{10 \ 10}. \quad (5.2.2.7)$$

A solução do sistema (5.2.2.5) não pode ser obtida sem a introdução de informações adicionais relacionadas ao sistema de referência, ou seja, pelo menos duas estações devem ter os valores de gravidade conhecidos. Tais informações são introduzidas no problema como injunções relativas ou ponderadas, segundo o modelo da equação (4.1.1). Na rede da figura 3.2.1.1 são estações de referência aquelas indicadas com um triângulo, ou seja, 1, 4 e 6. Neste caso, para cada estação de referência o modelo matemático poderá ser expresso na forma:

$$g_i - \bar{g}_i = 0, \quad (5.2.2.8)$$

onde  $\bar{g}_i$  é o valor da gravidade no ponto de ordem  $i$ , tomado como referência. Os parâmetros ajustados aqui são os mesmos da equação (5.2.2.3) e as observações ajustadas,  $\overset{C}{L}_a$ , são:

$$\overset{C}{L}_a = \begin{bmatrix} \bar{g}_1 \\ \bar{g}_4 \\ \bar{g}_6 \end{bmatrix} \quad (5.2.2.9)$$

O modelo matemático será composto por  $s=3$  equações, correspondentes às 3 (três) estações de referência:

$$\begin{aligned} f_1(X_a, \overset{C}{L}_a) &= g_1 - \bar{g}_1 = 0 \\ f_2(X_a, \overset{C}{L}_a) &= g_4 - \bar{g}_4 = 0 \\ f_3(X_a, \overset{C}{L}_a) &= g_6 - \bar{g}_6 = 0 \end{aligned} \quad (5.2.2.10)$$

O vetor dos valores aproximados,  $X_0$ , deverá ser o mesmo utilizado na solução do modelo principal. O modelo matemático das injunções pode, então, ser expresso pela equação (4.1.2).

$$CX + D\overset{C}{V} + \overset{C}{W} = 0, \quad (5.2.2.11)$$



onde  $X$  já foi definido previamente, e os vetores  $\overset{C}{V}$  e  $\overset{C}{W}$  (equação (4.1.5)) são dados por:

$$\overset{C}{V} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \overset{C}{W} = \begin{bmatrix} w_1 = g_1^O - \bar{g}_1 \\ w_2 = g_4^O - \bar{g}_4 \\ w_3 = g_6^O - \bar{g}_6 \end{bmatrix} \quad (5.2.2.12)$$

As matrizes  $C$  e  $D$ , dadas pelas equações (4.1.3) e (4.1.4), respectivamente, são:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad D = -{}_3I_3 \quad (5.2.2.13)$$

Se forem tomados para valores aproximados da gravidade nas estações de referência os próprios valores conhecidos, então,  $\overset{C}{W} = 0$ . Se, adicionalmente, tomar-se para valor aproximado de  $k$  a unidade, a solução do problema pode ser obtida de modo simples. Aplicando as equações (4.2.7-17) e (4.3.11 e 12), uma vez conhecidas as matrizes de peso  $P$  e  $\overset{C}{P}$ , segue-se a ordem:

- a) Considerando as equações (4.2.8), (4.2.11) e as segundas das (5.2.2.7) e (5.2.2.13), tem-se:

$$M = BP^{-1}B^T = k^2 P^{-1} = P^{-1} \quad (5.2.2.14)$$

$$\text{e} \quad \overset{C}{M} = D\overset{C}{P}^{-1}D^T = \overset{C}{P}^{-1} \quad (5.2.2.15)$$

- b) Aplicando as primeiras equações das (5.2.2.7) e (5.2.2.13) e as (5.2.2.14) e (5.2.2.15) na (4.2.14), vem:

$$R = A^T M^{-1} A + C^T \overset{C}{M}^{-1} C = A^T P A + \overset{C}{P} \quad (5.2.2.16)$$

c) Analogamente em relação à equação (4.2.15), resulta:

$$S = A^T M^{-1} W + C^T M^{-1} C W = A^T P W . \quad (5.2.2.17)$$

d) Utilizando a equação (4.2.16) obtém-se o valor de X que adicionado a  $X_O$  fornece o vetor dos parâmetros ajustados,  $X_a$ :

$$X = -R^{-1} S \quad (5.2.2.18)$$

$$e \quad X_a = X_O + X . \quad (5.2.2.19)$$

e) Os vetores dos correlatos, K e  $\bar{K}$ , e dos resíduos, V e  $\bar{V}$  são:

$$K = -M^{-1} (AX+W) = -P (AX+W) \quad (5.2.2.20)$$

$$e \quad V = P^{-1} B^T K = -P^{-1} B^T P (AX+W) .$$

Como  $B = B^T = kI$  (equação (5.2.2.7)) e  $k = 1$ , tem-se:

$$V = -(AX+W) \quad (5.2.2.21)$$

Analogamente,

$$\bar{K} = -\bar{M}^{-1} (CX+\bar{W}) = -\bar{P} CX \quad (5.2.2.22)$$

e, como pela segunda de (5.2.2.13),  $D = D^T = -I$ ,

$$\bar{V} = \bar{P}^{-1} D^T \bar{K} = CX . \quad (5.2.2.23)$$

f) A variância da observação de peso unitário pode ser obtida da equação (4.3.11):

$$\sigma_O^2 = \frac{V^T P V + \bar{V}^T \bar{P} \bar{V}}{m+r-u} . \quad (5.2.2.24)$$

No caso da rede tomada como exemplo,  $m = 10$ ,  $r = 3$ , e  $u=7$ .

g) A matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados (valores de gravidade nas estações da rede) é dada pela equação (4.3.12):

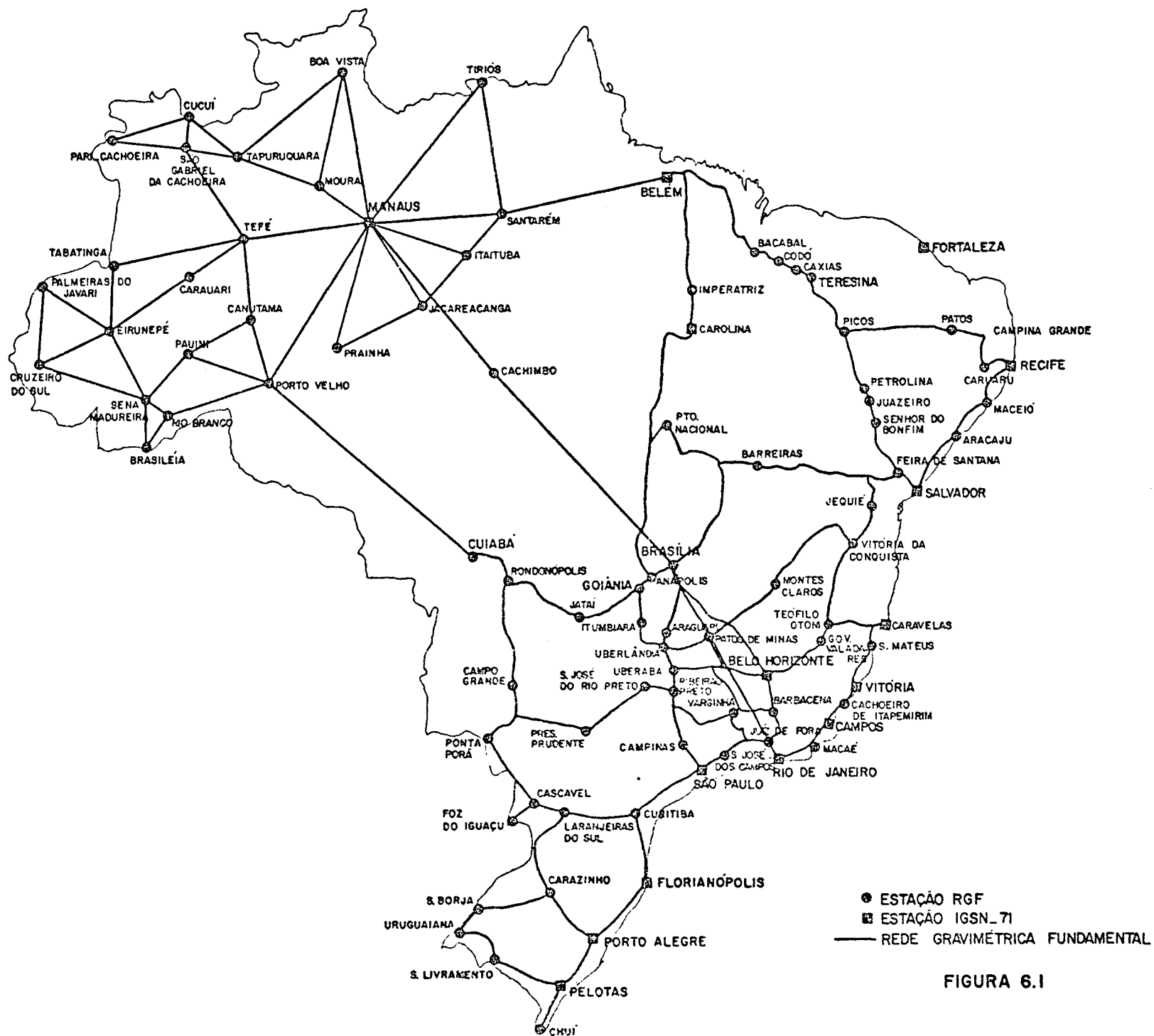
$$\Sigma_{X_a} = \sigma_o^2 R^{-1} . \quad (5.2.2.25)$$

## CAPÍTULO 6

### AJUSTAMENTO DE UMA REDE GRAVIMÉTRICA

#### 6.1. Descrição da Rede

Neste capítulo, deseja-se aplicar os conceitos emitidos nos capítulos precedentes, ao ajustamento da rede gravimétrica implantada pelo Observatório Nacional, que se estende por todo o território brasileiro, esquematicamente representada pela figura 6.1. Esta rede, cobrindo uma amplitude de gravidade da ordem de 1700 mGal, é constituída atualmente de 327 estações, das quais 15 integram o atual "datum" gravimétrico mundial, a IGSN-71 ("International Gravity Standardization Net-1971"). As estações da rede são interligadas por 380 intervalos de gravidade, observados com gravímetros La Coste & Romberg, de modo a constituírem uma malha composta de 38 circuitos fechados. Foram utilizados nos levantamentos os gravímetros cujos números de série são os seguintes: G-041, G-061, G-257, G-372, G-454, G-602, G-613, G-622, G-628 e G-674. Além do Observatório Nacional, outras instituições participaram do empreendimento, emprestando seus instrumentos; são elas: IAGS ("Inter American Geodetic Survey"), UFPR (Universidade Federal do Paraná), USP (Universidade de São Paulo), UFPa (Universidade Federal do Pará) e UnB (Universidade de Brasília). Os levantamentos foram efetuados com pelo menos 2 (dois) gravímetros simultaneamente. Neste caso, foram feitas leituras nas estações, percorrendo-se duas vezes o itinerário de ida e volta. Alternativamente, em alguns casos, foram empregados simultaneamente 4 (quatro) gravímetros, percorrendo-se o itinerário de ida e volta apenas uma vez. Em qualquer caso cada intervalo de gravidade entre as estações ocupadas foi medido 8 (oito) vezes. O critério adotado para a análise das observações é o descrito em |<sup>54</sup>|.



No apêndice A são apresentadas as estações da rede com código, nome e, para as estações comuns com a IGSN-71, os valores de gravidade e desvios padrão, extraídos de <sup>[55]</sup> e expurgados da correção de Honkasalo <sup>[56]</sup>. A letra à frente do código designa um tipo especial de estação: conhecida (C), estação da IGSN-71; nodal (N), estação que constitui um nó da rede; excêntrica (E), estação que não se insere nos circuitos fechados, constituindo-se em ramificação aberta da rede, servindo como informação adicional de precisão equivalente às demais. As estações que não possuem letra intercalam-se entre as conhecidas e nodais.

Os intervalos de gravidade observados são apresentados no apêndice B. Os valores ali registrados foram previamente corrigidos dos efeitos sistemáticos da atração gravitacional luni-solar e deriva instrumental. Para compensação da deriva instrumental adotou-se para cada intervalo a média ponderada de suas 4 (quatro) observações, tomando-se para pesos os inversos dos respectivos intervalos de tempo, decorridos entre as leituras nas estações que materializam seus extremos. As diferenças residuais de calibração entre aparelhos foram determinadas, conforme o item 6.2, sendo os intervalos reduzidos à escala do gravímetro número de série G-257.

## 6.2. Coeficientes Relativos de Escala

Como já foi dito anteriormente os intervalos de gravidade foram medidos independentemente, sempre com dois ou mais gravímetros simultaneamente. Neste caso, as diferenças residuais de escala entre os instrumentos devem ser consideradas. Como a maior parte dos instrumentos participou do levantamento de poucas e distintas linhas, tornar-se-ia pouco recomendável a inserção de seus coeficientes de escala como parâmetros a serem determinados no ajustamento, já que tais coeficientes não teriam significado estatístico, face ao núme-

ro reduzido de observações efetuadas. Sendo assim, optou-se pela redução de todas as observações à escala do gravímetro número de série G-257, através da determinação dos coeficientes de escala de todos os instrumentos em relação a este. O gravímetro G-257 foi escolhido como referência de escala em virtude de sua utilização em quase todos os levantamentos. Os coeficientes relativos de escala foram determinados pela ocupação simultânea, com todos os instrumentos, da linha de calibração Observatório Nacional-Agulhas Negras, que possui uma variação de gravidade de 628 mGal, percorrendo-se duas vezes o itinerário de ida e volta. Considerando que as diferenças de escala, após a aplicação da função de calibração fornecida pelo fabricante, não apresentam evidências de falta de linearidade, optou-se pela redução linear, através de um único fator relativo de escala para cada gravímetro. Deste modo, o fator relativo de escala,  $c_i$ , para o  $i$ -ésimo instrumento será dado por:

$$c_i = \frac{\Delta g_{257}}{\Delta g_i} , \quad (6.2.1)$$

onde  $\Delta g_{257}$  e  $\Delta g_i$  representam a observação do mesmo intervalo de gravidade com o gravímetro G-257 e o  $i$ -ésimo gravímetro, respectivamente.

Como  $\Delta g_{257}$  e  $\Delta g_i$  são grandezas independentes, o erro relativo em  $c_i$  pode ser expresso por:

$$\frac{\sigma_{c_i}^2}{c_i^2} = \frac{\sigma_{\Delta g_{257}}^2}{\Delta g_{257}^2} + \frac{\sigma_{\Delta g_i}^2}{\Delta g_i^2} , \quad (6.2.2)$$

onde  $\sigma_{c_i}^2$  é a variância do valor de  $c_i$  calculado,  $\sigma_{\Delta g_{257}}^2$  é a variância da observação  $\Delta g_{257}$  e  $\sigma_{\Delta g_i}^2$  é a variância da observação  $\Delta g_i$ . Considerando que  $\Delta g_{257}$  e  $\Delta g_i$  foram observados simultaneamente, utilizando o mesmo método e o mesmo observador, conclui-se, sem grande proba

bilidade de erro, que ambos têm a mesma precisão, portanto:

$$\sigma_{\Delta g_{257}}^2 = \sigma_{\Delta g_i}^2 = \sigma_{\Delta g}^2 \quad (6.2.3)$$

Mais adiante comprovar-se-á que  $\sigma_{\Delta g} = 0,02$  mGal, quando do ajustamento da rede, já que os critérios de observação e cálculos adotados são os mesmos tanto para a rede como para a linha de calibração. Assim, considerando também que  $\Delta g_i$  e  $\Delta g_{257}$  são aproximadamente iguais e  $c_i$  é um valor próximo da unidade, a partir da equação (6.2.2), tem-se:

$$\sigma_{c_i} = \frac{0,02 \sqrt{2}}{\Delta g}, \quad (6.2.4)$$

ou seja, o desvio padrão, na determinação do fator relativo de escala,  $c_i$ , do  $i$ -ésimo gravímetro é inversamente proporcional à amplitude do intervalo de gravidade utilizado para tal.

Se em lugar de um forem observados  $n$  intervalos de gravidade de diferentes amplitudes, o fator de escala,  $c'_i$ , será dado pela média ponderada dos fatores parciais, tomando-se para pesos as amplitudes dos respectivos intervalos. Deste modo,

$$c'_i = \frac{\sum_{l=1}^n c_i \Delta g}{\sum_{l=1}^n \Delta g} \quad (6.2.5)$$

e o desvio padrão de  $c_i$  será dado por:

$$\sigma_{c'_i} = \frac{\sqrt{\sum_{l=1}^n (\Delta g \sigma_{c_i})^2}}{\sum_{l=1}^n \Delta g} \quad (6.2.6)$$



Considerando a equação (6.2.4), tem-se:

$$\sigma_{c'_i} = \frac{0,02 \sqrt{2n}}{\sum_{l=1}^n \Delta g} \quad (6.2.7)$$

Para determinação dos fatores relativos de escala a linha ON-Agulhas Negras foi subdividida em quatro intervalos de gravidade, inserindo-se três estações intermediárias. Do ON até a primeira estação intermediária mediu-se 162 mGal, até a segunda 256 mGal, até a terceira 437 mGal e até Agulhas Negras 628 mGal. Neste caso,

$$\sum_{l=1}^n \Delta g = 162 + 256 + 437 + 628 = 1483$$

$$e \quad \sigma_{c'_i} = \frac{0,02 \sqrt{2 \times 4}}{1483} \quad \text{ou} \quad \sigma_{c'_i} = 0,0000381$$

que é o desvio padrão estimado dos fatores relativos de escala, igual para todos os instrumentos envolvidos.

Aplicando-se a equação 6.2.5 às observações efetuadas com os nove aparelhos utilizados, obteve-se os seguintes valores para os fatores de escala em relação ao gravímetro G-257:

$$c_{41} = 0,9992876,$$

$$c_{61} = 0,9997381,$$

$$c_{372} = 1,0001241,$$

$$c_{454} = 1,0000424,$$

$$c_{602} = 1,0001544,$$

$$c_{613} = 0,9995857,$$

$$c_{622} = 1,0001311,$$

$$c_{628} = 1,0001307$$

$$e \quad c_{674} = 1,0001459.$$

### 6.3. Ajustamento da Rede

Antes do ajustamento definitivo da rede, é necessário efetuar-se uma avaliação preliminar de sua coerência, eliminando-se, então, eventuais enganos e obtendo-se uma estimativa da precisão das observações, com vistas à atribuição de pesos. Tal objetivo pode ser alcançado através de um ajustamento preliminar.

#### 6.3.1. Ajustamento Preliminar

O ajustamento preliminar da rede foi executado pelo método dos mínimos quadrados com base no modelo matemático das equações de condição, aplicadas aos fechamentos dos circuitos, conforme descrito no item 5.2.1. Este modelo foi escolhido por envolver apenas observações, não dependendo de outras grandezas, não sendo por isso afetado por eventuais erros externos à rede. Deste modo possibilita-se a obtenção de uma estimativa da precisão das observações, sem a propagação de erros de outras fontes. Além disso, a matriz dos coeficientes normalizados,  $M$ , terá a dimensão do número de circuitos fechados, que é menor do que o número de estações incógnitas da rede, o que reduz significativamente o trabalho de computação em relação ao modelo combinado ou ao paramétrico.

Como medida adicional, a fim de reduzir o tempo de processamento e o espaço de armazenamento na memória do computador, foram ajustados inicialmente apenas os intervalos internodais, que interligam estações nodais ou estações conhecidas (IGSN-71), ou, ainda, uma estação nodal com uma conhecida. Desta forma, no ajustamento definitivo, a ser conduzido como base no modelo combinado, as dimensões da matriz normal, que deve ser invertida, são reduzidas ao número de estações nodais e conhecidas mais uma unidade correspondente ao fator de escala. Este assunto será analisado em seus pormenores no item 6.3.2.

O apêndice C apresenta os 111 intervalos internodais que compõem a rede, calculados a partir dos intervalos apresentados no apêndice B. O apêndice D destaca os circuitos fechados da rede com seus respectivos erros de fechamento. Observe-se que, embora os circuitos estejam caracterizados pela sequência de estações nodais, o número de intervalos de gravidade,  $n$ , de que são formados, geralmente é maior, já que um circuito na maioria das vezes não se compõe apenas de intervalos internodais. Todos os circuitos da rede fecharam com erro inferior a  $0,02\sqrt{n}$  mGal.

Os resultados do ajustamento preliminar são apresentados no apêndice E. Como a todos os intervalos foram atribuídos pesos unitários, a variância da observação de peso unitário,  $\sigma_o^2 = 0,00016945$ , obtida após o ajustamento, é uma estimativa de suas variâncias. A coluna VARIÂNCIA refere-se às variâncias dos intervalos ajustados, que correspondem à diagonal principal da matriz variância-covariância. O desvio padrão da observação de peso unitário,  $\sigma_o = 0,013$  mGal, é apresentado ao final da relação e serve para auxiliar na análise dos resíduos, dentro de determinado intervalo de confiança. O maior resíduo verificou-se no intervalo de ordem 8 (oito),  $0,027$  mGal, situando-se dentro do intervalo de confiança de 97%, ou seja,  $2,17\sigma_o$ . Tal resultado foi obtido após uma criteriosa análise das observações, eliminando-se alguns enganos e remedindo-se o intervalo quando necessário.

### 6.3.2. Ajustamento Final

Finalmente, deseja-se ajustar a rede gravimétrica ao "datum" gravimétrico mundial, a IGSN-71. Com este objetivo adotou-se o modelo combinado, descrito no item 5.2.2., inserindo-se os valores de gravidade nas estações do "datum" como injunções relativas, com pesos iguais aos inversos dos quadrados dos respectivos desvios padrão, constantes do apêndice A. Os intervalos observados foram considerados igualmente precisos e receberam para peso o valor inverso da variân-

cia obtida no ajustamento preliminar, ou seja,  $(0,00016945)^{-1}$ . Neste sistema a variância da observação de peso unitário,  $\sigma_0^2$ , ao final do ajustamento, deverá ser próxima da unidade, atestando a validade dos pesos atribuídos. O valor obtido no ajustamento foi  $\sigma_0^2 = 1,0083785$ .

O apêndice F apresenta os intervalos de gravidade internos ajustados à IGSN-71, que são sensivelmente iguais aos do ajustamento preliminar apresentados no apêndice E.

Os valores de gravidade nas estações da rede foram obtidos em duas etapas. A primeira envolveu apenas as estações nodais e as conhecidas; a segunda envolveu as estações intercaladas e as excêntricas.

Os valores de gravidade nas estações intercaladas e nas excêntricas foram obtidos adotando-se a injunção absoluta, considerando constantes os valores de gravidade nas estações nodais e conhecidas, bem como o valor do fator de escala,  $k$ , obtidos na primeira etapa. Assim, para o intervalo de gravidade entre as estações nodais A e B, figura 6.3.2.1, com  $n$  sub-intervalos e  $n-1$  estações intercaladas, numeradas de 2 a  $n$ , tem-se o seguinte sistema de equações.

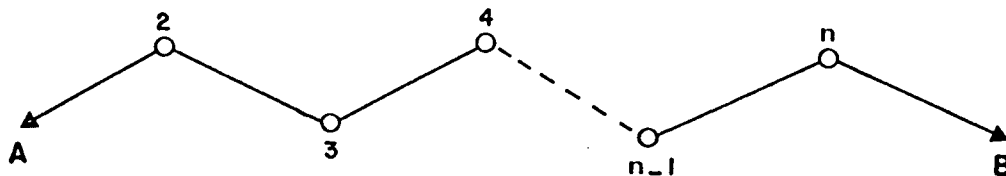


FIGURA 6.3.2.1

$$\begin{aligned}
 g_A - g_2 + k\Delta g_{A2} &= 0 \\
 g_2 - g_3 + k\Delta g_{23} &= 0 \\
 F(X_a, L_a) = 0 \quad \text{ou} \quad g_3 - g_4 + k\Delta g_{34} &= 0 \quad . \\
 &\dots\dots\dots \\
 g_{n-1} - g_n + k\Delta g_{n-1,n} &= 0 \\
 g_n - g_B + k\Delta g_{nB} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{6.3.2.1}$$

Os elementos do vetor dos parâmetros incôgnitas,  $X_a$ , são :  $g_2, g_3, g_4, \dots, g_n$  e os elementos de vetor das grandezas observáveis,  $L_a$ , são:  $\Delta g_{A2}, \Delta g_{23}, \Delta g_{34}, \dots, \Delta g_{nB}$ . Portanto, a matriz A, dada pela equação (2.3.4), será:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & - & - & - & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & - & - & - & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & - & - & - & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & - & - & - & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & - & - & - & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.3.2.2)$$

A matriz normal, R, será dada pela equação (5.2.2.16), fazendo  $P = 0$ , já que adotou-se a injunção absoluta e não relativa. Assim,

$$R = A^T P A. \quad (6.3.2.3)$$

O vetor S, dado pela equação (5.2.2.17), será:

$$S = A^T P W, \quad (6.3.2.4)$$

$$\begin{aligned} w_1 &= g_A - g_2^O + k \Delta g_{A2}^b \\ w_2 &= g_2^O - g_3^O + k \Delta g_{23}^b \\ \text{sendo } W &= F(X_O, L_b) \text{ ou } w_3 = g_3^O - g_4^O + k \Delta g_{34}^b \\ &\text{-----} \\ w_{n-1} &= g_{n-1}^O - g_n^O + k \Delta g_{n-1,n}^b \\ w_n &= g_n^O - g_B^O + k \Delta g_{nB}^b \end{aligned} \quad (6.3.2.5)$$

Tomando-se  $P = I$ , ou seja, fazendo-se os pesos iguais à unidade, a matriz R será do tipo:

$$R = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & - & - & - & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & - & - & - & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & - & - & - & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & - & - & - & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & - & - & - & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (6.3.2.6)$$

e o vetor S será do tipo:

$$S = \begin{bmatrix} w_2 - w_1 \\ w_3 - w_2 \\ w_4 - w_3 \\ \hline w_{n-1} - w_{n-2} \\ w_n - w_{n-1} \end{bmatrix} \quad (6.3.2.7)$$

A solução do problema é dada pelas equações (5.2.2.18) e (5.2.2.19). A matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados,  $X_a$ , é dada pela equação (5.2.2.25), fazendo

$$\sigma_o^2 = V^T P V. \quad (6.3.2.8)$$

Entretanto, como os valores de gravidade nas estações A e B, bem como k, foram considerados isentos de erros, a matriz variância-covariância será função apenas dos erros cometidos nas observações dos sub-intervalos, sem influência das variâncias daquelas grandezas, que, como se sabe, também estão sujeitas a erros. O problema pode ser resolvido considerando que os valores de gravidade nas estações intercaladas, obtidos pelo método descrito, correspondem simplesmente àqueles que seriam obtidos pela média ponderada dos valores transportados a partir das estações nodais, extremos do intervalo internodal. Desta forma,

$$g_i = \frac{(n-i+1)g_i^A + (i-1)g_i^B}{n} ; \quad i = 2, \dots, n,$$

sendo  $g_i^A$  e  $g_i^B$  os valores transportados a partir dos extremos A e B .

Fazendo  $A_i = \frac{n-i+1}{n}$

e  $B_i = \frac{i-1}{n} ,$

vem  $g_i = A_i g_i^A + B_i g_i^B .$

Como  $g_i^A = g_A + k\Delta g_{Ai}$

e  $g_i^B = g_B + k\Delta g_{Bi} ,$

resulta  $g_i = k(A_i \Delta g_{Ai} + B_i \Delta g_{Bi}) + A_i g_A + B_i g_B .$

Definindo  $X_i = A_i \Delta g_{Ai} + B_i \Delta g_{Bi}$

e  $Y_i = A_i g_A + B_i g_B ,$

tem-se  $g_i = kX_i + Y_i .$

Considerando que  $k$  e  $X_i$  são variáveis independentes entre si, bem como também o são  $X_i$  e  $Y_i$ :

$$\sigma_{g_i}^2 = k^2 \sigma_{X_i}^2 + \sigma_{Y_i}^2 + X_i^2 \sigma_k^2$$

e, como  $\sigma_{Y_i}^2 = A_i^2 \sigma_{g_A}^2 + B_i^2 \sigma_{g_B}^2 + 2A_i B_i \sigma_{g_A g_B} ,$

conclui-se que

$$\sigma_{g_i}^2 = k^2 \sigma_{X_i}^2 + X_i^2 \sigma_k^2 + A_i^2 \sigma_{g_A}^2 + B_i^2 \sigma_{g_B}^2 + 2 A_i B_i \sigma_{g_A g_B} . \quad (6.3.2.7)$$

O primeiro termo do segundo membro da equação (6.3.2.7) representa a influência dos erros cometidos nas observações dos sub-intervalos, que é dado pela diagonal principal da matriz variância-covariância dos valores de gravidade intercalados ajustados. Os demais termos representam as influências dos erros cometidos na determina-

ção de  $k$ ,  $g_A$  e  $g_B$  e da correlação entre  $g_A$  e  $g_B$ , que podem ser calculados em função dos elementos da matriz variância-covariância do ajustamento das estações nodais e adicionados ao primeiro.

Os valores de gravidade nas estações excêntricas,  $g_e$ , e suas variâncias,  $\sigma_{g_e}^2$ , são obtidos de modo simples:

$$g_e = g_A + k \Delta g_{Ae}$$

$$\sigma_{g_e}^2 = k^2 \sigma_{\Delta g_{Ae}}^2 + (\Delta g_{Ae})^2 \cdot \sigma_k^2 + \sigma_{g_A}^2.$$

Como  $\sigma_{\Delta g_{Ae}}^2$  é igual a  $\sigma_0^2$  do ajustamento preliminar e  $\sigma_{g_A}^2$  e  $\sigma_k^2$  são conhecidas, é possível obter-se tanto  $g_e$  com  $\sigma_{g_e}^2$ .

O apêndice G apresenta os valores de gravidade nas estações da rede e os respectivos desvios padrão. Ao final da lista encontra-se o fator absoluto de escala para o gravímetro G-257 ( $k=1,0003086$ ) e seu desvio padrão ( $\sigma_k = 0,0000228$ ). O maior desvio padrão, 0,028mGal, foi encontrado nas estações de ordens 104 e 112.

Comparando os valores de gravidade nas estações da IGSN-71 registrados no apêndice A, com os do apêndice G, percebe-se as seguintes diferenças (G-A), em miligals:

010176	Rio de Janeiro	"A"	-0,025
011176	São Paulo	"J"	-0,007
013576	Belo Horizonte	"J"	0,054
032276	Manaus	"J"	-0,013
041378	Caravelas	"J"	0,009
041878	Vitória	"B"	-0,003
042178	Campos	"J"	0,003
080679	Carolina	"J"	-0,018
081179	Belem	"A"	-0,003
081375	Belem	"K"	0,017



090280	Salvador	"B"	0,030
100881	Recife	"J"	-0,029
130382	Florianópolis	"A"	0,055
131182	Porto Alegre	"B"	-0,009
141583	Pelotas	"B"	-0,012

#### 6.4. Coeficientes Absolutos de Escala

No item 6.2 foram determinados os coeficientes de escala,  $c_i$ , de todos os gravímetros envolvidos nos levantamentos, em relação ao gravímetro G-257. Agora os coeficientes absolutos de escala,  $k_i$ , ou seja, coeficientes de escala dos gravímetros em relação à IGSN-71, podem ser obtidos em função do coeficiente absoluto de escala,  $k_{257}$ , do gravímetro G-257 e dos coeficientes apresentados no item 6.2. O valor de  $k_{257}$  e seu desvio padrão  $\sigma_{k_{257}}$  foram estimados no ajustamento final:

$$k_{257} = 1,0003086 \quad \text{e} \quad \sigma_{k_{257}} = 0,0000228.$$

O valor de  $k_i$  pode ser expresso por:

$$k_i = \frac{\Delta g_{IGSN}}{\Delta g_i} . \quad (6.4.1)$$

Da equação (6.2.1) tem-se:

$$\Delta g_i = \frac{\Delta g_{257}}{c_i} ,$$

que, substituindo na equação (6.4.1), conduz a:

$$k_i = \frac{\Delta g_{IGSN}}{\Delta g_{257}} \times c_i .$$

Considerando que

$$\frac{\Delta g_{\text{IGSN}}}{\Delta g_{257}} = k_{257} ,$$

resulta finalmente:

$$k_i = k_{257} \times c_i . \quad (6.4.2)$$

Como  $k_{257}$  e os coeficientes  $c_i$  foram obtidos de modo independente, o desvio padrão na determinação de  $k_i$  pode ser estimado pela seguinte equação:

$$\sigma_{k_i} = k_i \sqrt{\frac{\sigma_{c_i}^2}{c_i^2} + \frac{\sigma_{k_{257}}^2}{k_{257}^2}} . \quad (6.4.3)$$

Tendo em vistas que  $\sigma_{c_i}^2$  e  $\sigma_{k_{257}}^2$  são grandezas pequenas e  $c_i^2$ ,  $k_{257}^2$  e  $k_i$  são aproximadamente iguais à unidade, a equação (6.4.3) pode ser escrita, sem erro significativo, na seguinte forma:

$$\sigma_{k_i} = \sqrt{\sigma_{c_i}^2 + \sigma_{k_{257}}^2} .$$

A estimativa para  $\sigma_{c_i}$  é conhecida do item 6.2,  $\sigma_{c_i} = 0,0000381$ , e  $\sigma_{k_{257}}$  também já foi estimado. Assim, os coeficientes absolutos de escala,  $k_i$ , têm um desvio padrão estimado,  $\sigma_{k_i}$ , igual a:

$$\sigma_{k_i} = 0,00005$$

e os seus valores para cada gravímetro são:

$$k_{41} = 0,99960,$$

$$k_{61} = 1,00005,$$

$$k_{257} = 1,00031,$$

$$k_{372} = 1,00043,$$

$$k_{454} = 1,00035,$$

$$k_{602} = 1,00046,$$

$$k_{613} = 0,99989,$$

$$k_{622} = 1,00044,$$

$$k_{628} = 1,00044$$

$$e \quad k_{674} = 1,00045.$$

## CONCLUSÕES

O refinamento prévio dos dados gravimétricos, efetuando as correções dos efeitos sistemáticos passo a passo, mostrou-se bastante eficiente no ajustamento da rede. Os desvios padrão e os resíduos constatados no ajustamento preliminar, bem como no ajustamento final, indicam que, se tais efeitos não foram totalmente eliminados, pelo menos foram reduzidos à ordem de grandeza da precisão nominal de leitura dos gravímetros empregados. Tal procedimento, além de conduzir a um modelo matemático mais simples, parece ser física e estatisticamente mais justificável, já que em alguns casos, a natureza do efeito sistemático envolvido não favorece a sua inclusão como parâmetro a ser determinado no ajustamento. A inclusão de todos os coeficientes absolutos de escala no modelo matemático pode se tornar viável à medida que forem aumentando as participações dos gravímetros nos levantamentos da rede. Entretanto, como o controle das escalas dos gravímetros deve ser feito periodicamente, é possível que seja mais conveniente a homogeneização prévia das escalas, através do controle anual dos coeficientes relativos de escala.

A não fixação dos valores de gravidade da IGSN-71, conduziu a pequenas diferenças entre estes valores e aqueles oriundos do ajustamento, sendo a maior diferença, 0,055 mGal, verificada na estação FLORIANÓPOLIS "A". A inconveniência dessa discordância torna-se apenas aparente face a sua magnitude. Com efeito, embora não tenha sentido pensar-se em corrigir os valores do "datum", é perfeitamente viável a adoção dos valores ajustados para uso local, conforme sugere a IAG |<sup>57</sup>|.

Os coeficientes relativos de escala dos gravímetros foram confirmados em duas ocupações da linha ON-Agulhas Negras, num intervalo de dois anos. Portanto, os coeficientes absolutos de escala dos gravímetros, para conversão à escala da IGSN-71, podem ser aplicados, desde que se assegure a sua invariabilidade no período de utilização, através da ocupação periódica da linha de calibração.

APÊNDICE A

ESTAÇÕES DA REDE

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
1	C 010176	RIO DE JANEIRO	"A"	978789.920	0.019
2	010276	VASSOURAS	"B"	0.0	0.0
3	010376	BARRA MANSA	"B"	0.0	0.0
4	N 010476	QUELUZ	"B"	0.0	0.0
5	010576	GUARATINGUETA	"B"	0.0	0.0
6	E 010676	GUARATINGUETA	"C"	0.0	0.0
7	010776	TAUBATE	"B"	0.0	0.0
8	010876	SAO JOSE CAMPOS	"B"	0.0	0.0
9	N 010976	SAO PAULO	"B"	0.0	0.0
10	E 011076	SAO PAULO	"N"	0.0	0.0
11	C 011176	SAO PAULO	"J"	978627.310	0.026
12	011276	JUNDIAI	"B"	0.0	0.0
13	011376	CAMPINAS	"J"	0.0	0.0
14	011476	CAMPINAS	"B"	0.0	0.0
15	011576	LIMEIRA	"B"	0.0	0.0
16	011676	LEME	"B"	0.0	0.0
17	011776	PORTO FERREIRA	"B"	0.0	0.0
18	011876	CRAVINHOS	"B"	0.0	0.0
19	N 011976	RIBEIRAO PRETO	"B"	0.0	0.0
20	E 012076	RIBEIRAO PRETO	"C"	0.0	0.0
21	012176	ITUVERAVA	"B"	0.0	0.0
22	012276	IGARAPAVA	"B"	0.0	0.0
23	N 012376	UBERABA	"B"	0.0	0.0
24	E 012476	UBERABA	"J"	0.0	0.0
25	E 012576	UBERABA	"K"	0.0	0.0
26	012676	ARAXA	"B"	0.0	0.0
27	012776	ARAXA	"C"	0.0	0.0
28	012876	IBIA	"B"	0.0	0.0
29	N 012976	CAMPOS ALTOS	"B"	0.0	0.0
30	013076	LUZ	"B"	0.0	0.0
31	013176	BOM DESPACHO	"B"	0.0	0.0
32	013276	PARA DE MINAS	"B"	0.0	0.0
33	013376	BETIM	"B"	0.0	0.0
34	N 013476	BELO HORIZONTE	"B"	0.0	0.0
35	C 013576	BELO HORIZONTE	"J"	978385.520	0.031
36	E 013676	BELO HORIZONTE	"C"	0.0	0.0
37	013776	CONGONHAS	"B"	0.0	0.0
38	013876	LAFAIETE	"B"	0.0	0.0
39	E 013976	LAFAIETE	"C"	0.0	0.0
40	N 014076	BARBACENA	"B"	0.0	0.0
41	014176	SANTOS DUMONT	"B"	0.0	0.0
42	014276	JUIZ DE FORA	"B"	0.0	0.0
43	014376	JUIZ DE FORA	"C"	0.0	0.0
44	014476	TRES RIOS	"B"	0.0	0.0
45	N 014578	VARGINHA	"B"	0.0	0.0
46	E 014678	VARGINHA	"C"	0.0	0.0
47	014778	CAXAMBU	"B"	0.0	0.0
48	E 014878	CAXAMBU	"C"	0.0	0.0
49	N 014978	LAVRAS	"B"	0.0	0.0
50	E 015078	LAVRAS	"C"	0.0	0.0
51	015178	S. JOAO DEL REI	"B"	0.0	0.0

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
52	E 015278	S.JOAO DEL REI	"C"	0.0	0.0
53	015378	MOCOCA	"B"	0.0	0.0
54	E 015478	MOCOCA	"C"	0.0	0.0
55	015578	POCOS DE CALDAS	"B"	0.0	0.0
56	E 015678	POCOS DE CALDAS	"C"	0.0	0.0
57	015778	FORMIGA	"B"	0.0	0.0
58	E 015878	FORMIGA	"C"	0.0	0.0
59	016080	RIO DE JANEIRO	"C"	0.0	0.0
60	016383	RIO DE JANEIRO	"E"	0.0	0.0
61	N 020177	UBERLANDIA	"J"	0.0	0.0
62	E 020277	UBERLANDIA	"K"	0.0	0.0
63	E 020377	UBERLANDIA	"B"	0.0	0.0
64	E 020477	MONTE ALEGRE	"C"	0.0	0.0
65	E 020577	MONTE ALEGRE	"D"	0.0	0.0
66	020677	MORRINHOS	"B"	0.0	0.0
67	E 020777	MORRINHOS	"C"	0.0	0.0
68	E 020877	MORRINHOS	"D"	0.0	0.0
69	E 020977	GOIANIA	"K"	0.0	0.0
70	E 021077	GOIANIA	"C"	0.0	0.0
71	N 021177	GOIANIA	"B"	0.0	0.0
72	N 021277	ANAPOLIS	"B"	0.0	0.0
73	E 021377	ANAPOLIS	"D"	0.0	0.0
74	N 021477	BRASILIA	"D"	0.0	0.0
75	N 021577	BRASILIA	"M"	0.0	0.0
76	E 021677	BRASILIA	"C"	0.0	0.0
77	N 021777	CRISTALINA	"B"	0.0	0.0
78	021877	CATALAO	"B"	0.0	0.0
79	E 021977	CATALAO	"C"	0.0	0.0
80	E 022077	CATALAO	"D"	0.0	0.0
81	E 022177	CRISTALINA	"C"	0.0	0.0
82	E 022277	CRISTALINA	"D"	0.0	0.0
83	022377	PARACATU	"B"	0.0	0.0
84	E 022477	PARACATU	"C"	0.0	0.0
85	E 022577	PARACATU	"D"	0.0	0.0
86	022677	JOAO PINHEIRO	"B"	0.0	0.0
87	E 022777	JOAO PINHEIRO	"C"	0.0	0.0
88	E 022877	JOAO PINHEIRO	"D"	0.0	0.0
89	N 022977	TREVO BR-040-365		0.0	0.0
90	N 023077	PATOS DE MINAS	"J"	0.0	0.0
91	E 023177	PATOS DE MINAS	"B"	0.0	0.0
92	E 023277	PATOS DE MINAS	"C"	0.0	0.0
93	023377	FELIXLANDIA	"B"	0.0	0.0
94	E 023477	FELIXLANDIA	"C"	0.0	0.0
95	E 023577	FELIXLANDIA	"D"	0.0	0.0
96	E 023677	SETE LAGOAS	"C"	0.0	0.0
97	E 023777	SETE LAGOAS	"D"	0.0	0.0
98	023877	SETE LAGOAS	"B"	0.0	0.0
99	023977	MONTE ALEGRE	"B"	0.0	0.0
100	E 024077	ANAPOLIS	"C"	0.0	0.0
101	E 024179	BRASILIA	"E"	0.0	0.0
102	E 030178	PORTO VELHO	"J"	0.0	0.0



NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
103	E 030278	PORTO VELHO	"B"	0.0	0.0
104	E 030378	PORTO VELHO	"C"	0.0	0.0
105	N 030478	PORTO VELHO	"K"	0.0	0.0
106	N 030578	PORTO VELHO	"L"	0.0	0.0
107	N 030678	CANUTAMA	"B"	0.0	0.0
108	N 030778	PAUINI	"B"	0.0	0.0
109	N 030878	SENA MADUREIRA	"B"	0.0	0.0
110	N 030978	RIO BRANCO	"J"	0.0	0.0
111	E 031078	RIO BRANCO	"B"	0.0	0.0
112	E 031178	RIO BRANCO	"C"	0.0	0.0
113	N 031278	BRASILEIA	"B"	0.0	0.0
114	N 031378	CRUZEIRO DO SUL	"J"	0.0	0.0
115	N 031478	PALMEIRAS JAVARI	"J"	0.0	0.0
116	N 031578	EIRUNEPE	"J"	0.0	0.0
117	E 031678	CRUZEIRO DO SUL	"B"	0.0	0.0
118	E 031778	EIRUNEPE	"B"	0.0	0.0
119	N 031878	MANAUS	"K"	0.0	0.0
120	031978	MANAUS	"B"	0.0	0.0
121	E 032078	MANAUS	"C"	0.0	0.0
122	N 032178	MOURA	"J"	0.0	0.0
123	C 032278	MANAUS	"J"	978006.200	0.037
124	N 032378	BOA VISTA	"J"	0.0	0.0
125	E 032478	BOA VISTA	"B"	0.0	0.0
126	E 032578	BOA VISTA	"C"	0.0	0.0
127	E 032678	MOURA	"B"	0.0	0.0
128	N 032778	TAPURUQUARA	"J"	0.0	0.0
129	N 032878	S.G. CACHOEIRA	"J"	0.0	0.0
130	N 032978	CUCUI	"B"	0.0	0.0
131	E 033078	S.G. CACHOEIRA	"B"	0.0	0.0
132	N 033178	PARI CACHOEIRA	"J"	0.0	0.0
133	N 033378	SANTAREM	"J"	0.0	0.0
134	N 033478	ITAITUBA	"J"	0.0	0.0
135	N 033578	JACAREACANGA	"J"	0.0	0.0
136	N 033678	PRAINHA	"J"	0.0	0.0
137	N 033778	TIRIOS	"J"	0.0	0.0
138	E 033878	SANTAREM	"K"	0.0	0.0
139	E 033978	SANTAREM	"B"	0.0	0.0
140	N 034082	CACHIMBO	"J"	0.0	0.0
141	N 034184	TEFE	"J"	0.0	0.0
142	E 034284	TEFE	"B"	0.0	0.0
143	034384	CARAUARI	"B"	0.0	0.0
144	N 034484	TABATINGA	"J"	0.0	0.0
145	040178	PIRAPORA	"B"	0.0	0.0
146	E 040278	PIRAPORA	"J"	0.0	0.0
147	040378	MONTES CLAROS	"B"	0.0	0.0
148	E 040478	MONTES CLAROS	"C"	0.0	0.0
149	040578	PORTEIRINHA	"B"	0.0	0.0
150	040678	ESPINOSA	"B"	0.0	0.0
151	040778	CACULE	"B"	0.0	0.0
152	040878	BRUMADO	"B"	0.0	0.0
153	N 040978	VITORIA CONQUISTA	"B"	0.0	0.0

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
154	041078	MEDINA	"B"	0.0	0.0
155	N 041178	TEOFILO OTONI	"B"	0.0	0.0
156	N 041278	NANUQUE	"B"	0.0	0.0
157	C 041378	CARAVELAS	"J"	978511.490	0.027
158	041478	SAO MATEUS	"B"	0.0	0.0
159	041578	GOV. VALADARES	"C"	0.0	0.0
160	041678	NOVA ERA	"B"	0.0	0.0
161	041778	LINHARES	"B"	0.0	0.0
162	C 041878	VITORIA	"B"	978641.850	0.030
163	E 041978	VITORIA	"L"	0.0	0.0
164	042078	CACH. ITAPEMIRIM	"B"	0.0	0.0
165	C 042178	CAMPOS	"J"	978717.510	0.025
166	042278	MACAE	"B"	0.0	0.0
167	042378	NITEROI	"B"	0.0	0.0
168	E 042478	NITEROI	"C"	0.0	0.0
169	050179	JEQUIE	"B"	0.0	0.0
170	N 050279	ITABERABA	"B"	0.0	0.0
171	050379	SEABRA	"B"	0.0	0.0
172	050479	IBOTIRAMA	"B"	0.0	0.0
173	050579	BARREIRAS	"B"	0.0	0.0
174	060179	CERES	"B"	0.0	0.0
175	060279	URUACU	"B"	0.0	0.0
176	060379	PORANGATU	"B"	0.0	0.0
177	060479	GURUPI	"B"	0.0	0.0
178	N 060579	FATIMA	"B"	0.0	0.0
179	060679	PORTO NACIONAL	"B"	0.0	0.0
180	060779	NATIVIDADE	"B"	0.0	0.0
181	060879	DIANOPOLIS	"B"	0.0	0.0
182	N 060979	RN-903-X		0.0	0.0
183	061079	RODA VELHA	"B"	0.0	0.0
184	061179	ALVORADA DO NORTE	"B"	0.0	0.0
185	061279	FORMOSA	"B"	0.0	0.0
186	E 061379	ALVORADA DO NORTE	"C"	0.0	0.0
187	E 061480	PORTO NACIONAL	"C"	0.0	0.0
188	070179	CUIABA	"B"	0.0	0.0
189	E 070279	CUIABA	"C"	0.0	0.0
190	N 070379	RONDONOPOLIS	"B"	0.0	0.0
191	070479	ALTO GARCAS	"B"	0.0	0.0
192	070579	MINEIROS	"B"	0.0	0.0
193	070679	JATAI	"J"	0.0	0.0
194	070779	RIO VERDE	"B"	0.0	0.0
195	070881	CUIABA	"J"	0.0	0.0
196	080179	PARAISO DO NORTE	"B"	0.0	0.0
197	080279	GUARAI	"B"	0.0	0.0
198	080379	COLINAS DE GOIAS	"B"	0.0	0.0
199	N 080479	ARAGUAINA	"B"	0.0	0.0
200	080579	ESTREITO	"B"	0.0	0.0
201	C 080679	CAROLINA	"J"	978031.150	0.038
202	080779	IMPERATRIZ	"B"	0.0	0.0
203	080879	ITINGA	"B"	0.0	0.0
204	080979	PARAGOMINAS	"B"	0.0	0.0

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
205	N 081079	S.MARIA DO PARA	"B"	0.0	0.0
206	C 081179	BELEM	"A"	978022.280	0.028
207	081279	BELEM	"B"	0.0	0.0
208	C 081375	BELEM	"K"	978019.010	0.030
209	081481	BELEM	"M"	0.0	0.0
210	N 090180	FEIRA DE SANTANA	"B"	0.0	0.0
211	C 090280	SALVADOR	"B"	978311.340	0.030
212	E 090380	SALVADOR	"L"	0.0	0.0
213	090480	GAVIAO	"B"	0.0	0.0
214	090580	SENHOR DO BONFIM	"B"	0.0	0.0
215	090680	PETROLINA	"B"	0.0	0.0
216	090780	PAULISTANA	"B"	0.0	0.0
217	N 090880	PICOS	"B"	0.0	0.0
218	090980	VALENCA DO PIAUI	"B"	0.0	0.0
219	091080	BARRO DURO	"B"	0.0	0.0
220	091180	TERESINA	"B"	0.0	0.0
221	E 091280	TERESINA	"J"	0.0	0.0
222	091381	CAXIAS	"B"	0.0	0.0
223	091481	ENTRONC. CODO	"B"	0.0	0.0
224	091581	SACABAL	"B"	0.0	0.0
225	091681	PINDARE MIRIM	"B"	0.0	0.0
226	091781	NOVA OLINDA	"B"	0.0	0.0
227	091881	BOA VISTA GURUPI	"B"	0.0	0.0
228	091981	CAPANEMA	"B"	0.0	0.0
229	100181	CAMPOS SALES	"B"	0.0	0.0
230	100281	CRATO	"B"	0.0	0.0
231	100381	CAJAZEIRAS	"B"	0.0	0.0
232	100481	POMBAL	"B"	0.0	0.0
233	100581	PATOS	"B"	0.0	0.0
234	100681	PATOS	"C"	0.0	0.0
235	100781	CAMPINA GRANDE	"B"	0.0	0.0
236	C 100881	RECIFE	"J"	978151.280	0.024
237	110181	BEBEDOURO	"B"	0.0	0.0
238	110281	S.J.DO RIO PRETO	"B"	0.0	0.0
239	110381	PENAPOLIS	"B"	0.0	0.0
240	110481	RINOPOLIS	"B"	0.0	0.0
241	110581	PRES. PRUDENTE	"B"	0.0	0.0
242	110681	PRES. EPITACIO	"B"	0.0	0.0
243	110781	BR-267/KM 130	"B"	0.0	0.0
244	N 110881	NOVA ALVORADA	"B"	0.0	0.0
245	110981	CAMPO GRANDE	"B"	0.0	0.0
246	111081	S.GABRIEL D'OESTE	"B"	0.0	0.0
247	111181	COXIM	"B"	0.0	0.0
248	111281	ITIQUEIRA	"B"	0.0	0.0
249	120181	DOURADOS	"B"	0.0	0.0
250	120281	PONTA PORA	"B"	0.0	0.0
251	120382	AMAMBAI	"B"	0.0	0.0
252	120482	IGUATEMI	"B"	0.0	0.0
253	120582	GUAIRA	"B"	0.0	0.0
254	120682	PALOTINA	"B"	0.0	0.0
255	120782	CASCADEL	"B"	0.0	0.0

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO	VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
256	N 120882	LARANJEIRA DO SUL "B"	0.0	0.0
257	120982	GUARAPUAVA "B"	0.0	0.0
258	121082	PONTA GROSSA "B"	0.0	0.0
259	E 121182	CURITIBA "C"	0.0	0.0
260	N 121282	CURITIBA "B"	0.0	0.0
261	121382	RIBEIRA "B"	0.0	0.0
262	121482	CAPAO BONITO "B"	0.0	0.0
263	121582	SOROCABA "B"	0.0	0.0
264	121682	MEDIANEIRA "B"	0.0	0.0
265	121782	FOZ DO IGUAÇU "B"	0.0	0.0
266	130182	JOINVILE "B"	0.0	0.0
267	130282	ITAJAI "B"	0.0	0.0
268	C 130382	FLORIANOPOLIS "A"	979112.400	0.030
269	E 130482	FLORIANOPOLIS "B"	0.0	0.0
270	130582	IMPITUBA "B"	0.0	0.0
271	130682	CRICIUMA "B"	0.0	0.0
272	E 130782	CRICIUMA "C"	0.0	0.0
273	130882	TORRES "B"	0.0	0.0
274	E 130982	TORRES "C"	0.0	0.0
275	131082	OSORIO "B"	0.0	0.0
276	C 131182	PORTO ALEGRE "B"	979305.010	0.029
277	E 131282	PORTO ALEGRE "C"	0.0	0.0
278	131382	ESTRELA "B"	0.0	0.0
279	131482	SOLEDADE "B"	0.0	0.0
280	N 131582	CARAZINHO "B"	0.0	0.0
281	E 131682	CARAZINHO "C"	0.0	0.0
282	131782	SARANDI "B"	0.0	0.0
283	131882	IRAI "B"	0.0	0.0
284	131982	S. MIGUEL D'OESTE "B"	0.0	0.0
285	E 132082	S. MIGUEL D'OESTE "C"	0.0	0.0
286	132182	DION. CERQUEIRA "B"	0.0	0.0
287	132282	STO. ANT. SUDOESTE "B"	0.0	0.0
288	132382	DOIS VIZINHOS "B"	0.0	0.0
289	140183	IJUI "B"	0.0	0.0
290	140283	SÃO LUIZ GONZAGA "B"	0.0	0.0
291	140383	SÃO BORGIA "B"	0.0	0.0
292	140483	ITAGUI "B"	0.0	0.0
293	N 140583	URUGUAIANA "B"	0.0	0.0
294	E 140683	URUGUAIANA "C"	0.0	0.0
295	140783	ALEGRETE "B"	0.0	0.0
296	140883	ROSARIO DO SUL "B"	0.0	0.0
297	E 140983	ROSARIO DO SUL "C"	0.0	0.0
298	141083	SANT. LIVRAMENTO "B"	0.0	0.0
299	E 141183	SANT. LIVRAMENTO "C"	0.0	0.0
300	141283	DOM PEDRITO "B"	0.0	0.0
301	141383	BAGE "B"	0.0	0.0
302	141483	PINHEIRO MACHADO "B"	0.0	0.0
303	C 141583	PELOTAS "B"	979466.640	0.028
304	E 141683	PELOTAS "C"	0.0	0.0
305	141783	TAIM "B"	0.0	0.0
306	141883	CHUI "B"	0.0	0.0

NO. ORÇ.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
307	N 141983	BARRA DO CHUI	"B"	0.0	0.0
308	142083	CAMAQUA	"B"	0.0	0.0
309	150184	POJUCA	"B"	0.0	0.0
310	150284	ENTRE RIOS	"B"	0.0	0.0
311	150384	ESPLANADA	"B"	0.0	0.0
312	150484	ESTANCIA	"B"	0.0	0.0
313	150584	ITAPORANGA AJUDA	"B"	0.0	0.0
314	150684	ARACAJU	"B"	0.0	0.0
315	150784	MARUIM	"B"	0.0	0.0
316	150884	PRÓPRIA	"B"	0.0	0.0
317	E 150984	ARACAJU	"J"	0.0	0.0
318	151084	JUNQUEIRO	"B"	0.0	0.0
319	151184	S. MIGUEL CAMPOS	"B"	0.0	0.0
320	151284	ATALAIA	"B"	0.0	0.0
321	151384	MACEIO	"J"	0.0	0.0
322	E 151484	MACEIO	"B"	0.0	0.0
323	151584	JOAQUIM GOMES	"B"	0.0	0.0
324	151684	PALMARES	"B"	0.0	0.0
325	151784	PIREIRA	"B"	0.0	0.0
326	151884	CABO	"B"	0.0	0.0
327	151984	RECIFE	"K"	0.0	0.0

## APÊNDICE B

### INTERVALOS DE GRAVIDADE OBSERVADOS

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)
1	010176	016080	1.815
2	010176	010276	151.921
3	010276	010376	9.570
4	010376	010476	-41.888
5	010476	010576	14.142
6	010576	010776	-2.306
7	010776	010876	22.311
8	010876	010976	-3.205
9	010576	010676	0.909
10	010976	011076	-1.190
11	011076	011176	-8.086
12	011176	010976	9.278
13	010976	011276	-23.027
14	011276	011376	13.073
15	011376	011476	-37.457
16	011476	011576	-1.573
17	011576	011676	-34.458
18	011676	011776	-6.570
19	011776	011876	-70.608
20	011876	011976	33.490
21	011976	012076	-2.261
22	012376	012276	70.688
23	012276	012176	40.198
24	012176	011976	42.232
25	012376	012476	-10.566
26	012476	012576	-0.025
27	012576	012376	10.591
28	012376	012676	-44.852
29	012676	012776	0.533
30	012776	012876	20.060
31	012876	012976	-17.165
32	012976	013076	64.778
33	013076	013176	-7.657
34	013176	013276	14.892
35	013276	013376	-4.925
36	013376	013476	-13.348
37	013476	013576	16.977
38	013576	013676	-7.187
39	013676	013476	-9.803
40	013476	013776	47.292
41	013776	013876	-15.762
42	013876	013976	-0.495
43	013876	014076	-5.432
44	014076	014176	90.395
45	014176	014276	65.013
46	014276	014376	-1.038
47	014376	014476	106.436
48	014476	010176	134.252
49	014578	014778	12.850
50	014778	014878	-1.635
51	014778	010476	119.289
52	014578	014678	3.275
53	014578	014978	-40.471
54	014978	015078	1.900

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO (MGAL)
55	014978	015178	12.556
56	015178	015278	-0.197
57	015178	014076	-50.765
58	011976	015378	16.834
59	015378	015478	1.401
60	015378	015578	-134.865
61	015578	014578	82.036
62	015578	015678	2.759
63	014978	015778	-31.579
64	015778	012976	-86.462
65	015778	015878	0.321
66	012376	020177	-76.283
67	020177	020277	-0.271
68	020277	020377	14.055
69	020377	020177	-13.778
70	020177	023977	18.510
71	020177	023077	-3.067
72	023977	020477	-0.923
73	020477	020577	-0.003
74	020577	023977	0.920
75	023977	020677	-47.721
76	020677	020777	-3.467
77	020777	020877	3.358
78	020877	020677	0.123
79	020677	021177	-31.941
80	021177	020977	6.892
81	020977	021077	-10.508
82	021077	021177	3.618
83	021177	021277	-79.386
84	021277	024077	16.691
85	024077	021377	0.017
86	021377	021277	-16.706
87	021277	021477	-49.023
88	021477	021577	-5.816
89	021577	021677	3.825
90	021677	021477	1.992
91	021477	021777	9.466
92	020177	021877	-17.850
93	021877	021977	-0.188
94	021977	022077	1.371
95	022077	021877	-1.191
96	021877	021777	-162.243
97	021777	022177	9.956
98	022177	022277	-9.894
99	022277	021777	-0.068
100	021777	022377	150.899
101	022377	022477	2.743
102	022477	022577	0.277
103	022577	022377	-3.012
104	022377	022677	9.103
105	022677	022777	2.155
106	022777	022877	-1.589
107	022877	022677	-0.569
108	022677	022977	4.946



NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)
109	022977	023077	12.070
110	023077	012976	37.903
111	023077	023177	2.599
112	023177	023277	-0.204
113	023277	023077	-2.394
114	022977	023377	78.641
115	023377	023877	19.552
116	023377	023477	6.031
117	023477	023577	-3.741
118	023577	023377	-2.301
119	023877	023677	1.579
120	023677	023777	-1.808
121	023777	023877	0.229
122	023877	013576	22.478
123	021477	024179	-25.079
124	030178	030278	-0.721
125	030278	030378	-0.372
126	030478	030578	-2.870
127	030578	030678	-52.221
128	030678	030778	27.783
129	030578	030778	-24.425
130	030778	030878	38.341
131	030578	030978	10.176
132	030978	031078	-4.468
133	031078	031178	0.379
134	030978	031278	16.134
135	031278	030878	-12.360
136	030978	030878	3.749
137	030878	031378	-54.008
138	031378	031478	-22.779
139	031478	031578	-11.757
140	031378	031678	14.434
141	031378	031578	-11.013
142	031578	031778	-0.458
143	031578	030878	65.032
144	030478	030178	-0.129
145	030478	031878	-131.462
146	031878	031978	5.942
147	031978	032078	9.938
148	031878	032178	21.672
149	031978	032278	-0.002
150	031878	032378	26.394
151	032378	032178	-4.718
152	032178	032678	-0.106
153	032378	032478	-7.659
154	032478	032578	0.100
155	032178	032778	5.257
156	032778	032378	-0.541
157	032778	032878	-14.892
158	032778	032978	-11.809
159	032978	032878	-3.074
160	032878	033078	1.730
161	032878	033178	-23.021
162	033178	032978	26.112

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)
163	031878	033378	27.699
164	031878	033478	3.099
165	033478	033378	24.602
166	031878	033578	65.216
167	033578	033478	-62.114
168	031878	033678	89.722
169	031878	033778	-62.301
170	033578	033678	24.513
171	033378	033878	0.347
172	033878	033978	11.365
173	033378	033778	-90.003
174	010176	042378	-4.553
175	042378	042478	-2.092
176	022977	040178	36.020
177	040178	040278	-4.783
178	040178	040378	-69.303
179	040378	040478	4.663
180	040378	040578	-39.842
181	040578	040678	-16.888
182	040678	040778	-33.021
183	040778	040878	23.397
184	040878	040978	-54.226
185	040978	041078	138.851
186	041078	041178	142.596
187	041178	041278	69.855
188	041278	041378	49.116
189	041278	041478	91.063
190	041178	041578	65.681
191	041578	041678	-58.795
192	041678	013576	-13.788
193	041478	041778	34.980
194	041778	041878	53.367
195	041878	041978	-3.465
196	041878	042078	-1.599
197	042078	042178	77.231
198	042178	042278	41.397
199	042278	042378	26.397
200	040978	050179	142.137
201	050179	050279	-92.334
202	050279	050379	-144.511
203	050379	050479	79.502
204	050479	050579	9.630
205	050579	060979	-88.387
206	021277	060179	53.247
207	060179	060279	-4.525
208	060279	060379	8.830
209	060379	060479	-44.382
210	060479	060579	-60.632
211	060579	060679	55.874
212	060679	061480	0.249
213	060679	060779	-10.891
214	060779	060879	-100.618
215	060879	060979	-19.404
216	060979	061079	44.925

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)
217	061079	061179	92.080
218	061179	061379	0.869
219	061179	061279	-49.126
220	021477	061279	14.426
221	070179	070379	5.938
222	070179	070279	-6.617
223	070379	070479	-113.123
224	070479	070579	12.254
225	070579	070679	25.703
226	070679	070779	4.705
227	070779	021177	-70.569
228	070179	070881	-2.932
229	070881	030478	-219.196
230	060579	080179	-15.019
231	080179	080279	-9.573
232	080279	080379	-18.179
233	080379	080479	-34.610
234	080479	080579	7.440
235	080479	080679	16.558
236	080579	080779	-18.019
237	081179	081279	-2.833
238	081279	081079	7.776
239	081079	080979	-35.475
240	080979	080879	33.415
241	080879	080779	-21.168
242	081179	081481	-3.357
243	081375	081179	3.245
244	081481	033378	9.018
245	050279	090180	37.192
246	090180	090280	113.375
247	090280	090380	18.031
248	090180	090480	-47.785
249	090480	090580	-118.308
250	090580	090680	9.199
251	090680	090780	4.528
252	090780	090880	-26.740
253	090880	090980	-43.616
254	090980	091080	5.588
255	091080	091180	36.630
256	091180	091280	0.146
257	091381	091180	2.997
258	091481	091381	7.578
259	091581	091481	-5.569
260	091681	091581	24.331
261	091731	091681	-23.082
262	091881	091781	-19.307
263	091981	091881	10.469
264	081079	091981	-7.202
265	090880	100181	-50.089
266	100181	100281	-4.529
267	100281	100381	55.021
268	100381	100481	13.815
269	100481	100581	0.912
270	100581	100681	-0.050

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)
271	100681	100781	-49.647
272	100781	100881	166.946
273	011976	110181	3.091
274	110181	110281	6.386
275	110281	110381	40.724
276	110381	110481	20.350
277	110481	110581	16.780
278	110581	110681	30.445
279	110681	110781	-31.864
280	110781	110881	-17.170
281	110881	110981	-83.092
282	110981	111081	-87.810
283	111081	111181	78.726
284	111181	111281	-119.141
285	111281	070379	-6.959
286	110881	120181	48.996
287	120181	120281	-8.571
288	010976	121582	16.122
289	121582	121482	17.767
290	121482	121382	165.265
291	121382	121282	-72.248
292	121282	121182	-9.932
293	121282	121082	-50.162
294	121082	120982	-43.276
295	120982	120882	38.330
296	120882	120782	24.474
297	120782	121682	99.324
298	121682	121782	74.262
299	120782	120682	58.609
300	120682	120582	3.883
301	120582	120482	-55.988
302	120482	120382	-58.585
303	120382	120281	-62.094
304	121282	130182	251.623
305	130182	130282	34.595
306	130282	130382	62.623
307	130382	130482	-7.004
308	130382	130582	51.364
309	130582	130682	-17.716
310	130682	130782	-0.186
311	130682	130882	74.861
312	130882	130982	-0.045
313	130882	131082	55.186
314	131082	131182	28.791
315	131182	131282	0.001
316	131182	131382	-58.059
317	131382	131482	-197.540
318	131482	131582	-7.267
319	131582	131682	-0.573
320	131582	131782	-29.504
321	131782	131882	-11.002
322	131882	131982	-136.735
323	131982	132082	-0.159
324	131982	132182	-61.160

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)
325	132182	132282	46.124
326	132282	132382	-39.989
327	132382	120882	-101.285
328	131582	140183	66.202
329	140183	140283	10.319
330	140283	140383	64.975
331	140383	140483	59.344
332	140483	140583	49.709
333	140583	140683	-2.493
334	140583	140783	-13.863
335	140783	140883	36.908
336	140883	141083	34.085
337	140883	140983	-2.143
338	141083	141183	-5.269
339	141083	141283	34.606
340	141283	141383	4.011
341	141383	141483	-25.779
342	141483	141583	103.929
343	141583	141683	1.405
344	141583	141783	70.319
345	141783	141883	118.778
346	141883	141983	-10.230
347	141583	142083	-76.838
348	142083	131182	-84.737
349	021577	034082	-73.586
350	034082	032278	-4.782
351	016080	016383	-8.747
352	016383	021577	-698.147
353	090280	150184	-71.804
354	150184	150284	-28.804
355	150284	150384	30.318
356	150384	150484	-2.330
357	150484	150584	-30.632
358	150584	150684	-8.904
359	150684	150784	0.635
360	150784	150884	-21.872
361	150684	150984	1.643
362	150884	151084	-22.150
363	151084	151184	-3.658
364	151184	151284	8.075
365	151284	151384	-32.926
366	151384	151484	14.393
367	151384	151584	17.029
368	151584	151684	-17.651
369	151684	151784	2.254
370	151784	151884	29.221
371	151884	151984	-6.812
372	151984	100881	-0.057
373	031878	034184	30.556
374	034184	030678	45.850
375	034184	034284	0.008
376	034184	034384	28.791
377	034384	031578	18.168
378	031578	034484	-27.065

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)
379	034184	032878	-18.532
380	034184	034484	19.898

## APÊNDICE C

INTERVALOS INTERNODAIS OBSERVADOS

## INTERVALOS INTERNODAIS OBSERVADOS

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)	INDICE*
1	010176	021577	-705.079	0
2	010176	010476	-184.239	0
3	010176	014076	-395.058	0
4	010176	042178	-72.347	1
5	010476	010976	30.942	0
6	010476	014578	-132.139	0
7	010976	011176	-9.278	0
8	010976	011976	-127.130	0
9	010976	121282	126.906	0
10	011976	012376	-153.118	0
11	011976	014578	-35.995	0
12	011976	110881	68.742	0
13	012376	012976	-41.424	0
14	012376	020177	-76.283	0
15	012976	013476	53.740	0
16	012976	014978	118.041	0
17	012976	023077	-37.903	0
18	013476	013576	16.977	0
19	013476	014076	26.098	0
20	013576	022977	-120.671	0
21	013576	041178	6.902	0
22	014076	014978	38.209	0
23	014578	014978	-40.471	0
24	020177	021177	-61.152	0
25	020177	023077	-3.067	0
26	020177	021777	-180.093	0
27	021177	021277	-79.386	0
28	021177	070379	141.030	0
29	021277	021477	-49.023	0
30	021277	060579	-47.462	0
31	021477	021577	-5.816	0
32	021477	021777	9.466	0
33	021477	060979	-73.453	0
34	021577	034082	-73.586	0
35	021777	022977	164.948	0
36	022977	023077	12.070	0
37	022977	040978	-153.863	0
38	030478	030578	-2.870	0
39	030478	031878	-131.462	0
40	030478	070379	228.066	0
41	030578	030678	-52.221	0
42	030578	030778	-24.425	0
43	030578	030978	10.176	0
44	030678	030778	27.783	0
45	030678	034134	-45.850	0
46	030778	030878	38.341	0
47	030878	031278	12.360	0
48	030878	030978	-3.749	0
49	030878	031378	-54.008	0
50	030878	031578	-65.032	0
51	030978	031278	16.134	0
52	031378	031478	-22.779	0
53	031378	031578	-11.013	0
54	031478	031578	11.757	0

\* SE IGUAL A 1, INDICA INTERVALO DE GRAVIDADE ENTRE DUAS ESTAÇÕES DA IGSN-71.



## INTERVALOS INTERNODAIS OBSERVADOS

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)	INDICE
55	031578	034184	-46.959	0
56	031578	034484	-27.065	0
57	031878	032278	5.940	0
58	031878	032178	21.672	0
59	031878	032378	26.394	0
60	031878	033378	27.699	0
61	031878	033478	3.099	0
62	031878	033578	65.216	0
63	031878	033678	89.722	0
64	031878	033778	-62.301	0
65	031878	034184	30.556	0
66	032178	032378	4.718	0
67	032178	032778	5.257	0
68	032278	034082	4.782	0
69	032378	032778	0.541	0
70	032778	032878	-14.892	0
71	032778	032978	-11.809	0
72	032878	032978	3.074	0
73	032878	033178	-23.021	0
74	032878	034184	18.532	0
75	032978	033178	-26.112	0
76	033378	033478	-24.602	0
77	033378	033778	-90.003	0
78	033378	081179	-5.661	0
79	033478	033578	62.114	0
80	033578	033678	24.513	0
81	034184	034484	19.898	0
82	040978	041178	281.447	0
83	040978	050279	49.803	0
84	041178	041278	69.855	0
85	041278	041378	49.116	0
86	041278	041878	179.410	0
87	041878	042178	75.632	1
88	050279	060979	-143.766	0
89	050279	090180	37.192	0
90	060579	060979	-75.039	0
91	060579	080479	-77.381	0
92	070379	110881	218.276	0
93	080479	081079	12.649	0
94	080479	080679	16.558	0
95	081079	081179	-4.943	0
96	081079	090880	-8.387	0
97	081179	081375	-3.245	1
98	090180	090280	113.375	0
99	090180	090880	-179.106	0
100	090280	100881	-160.068	1
101	090880	100881	132.379	0
102	110881	120882	130.126	0
103	120882	121282	55.108	0
104	120882	131582	333.551	0
105	121282	130382	348.841	0
106	130382	131182	192.486	1
107	131182	131582	-262.866	0
108	131182	141583	161.575	1

## INTERVALOS INTERNODAIS OBSERVADOS

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)	INDICE
109	131582	140583	250.549	0
110	140583	141583	173.897	0
111	141583	141983	178.867	0

## APÊNDICE D

### CIRCUITOS DA REDE E SEUS FECHAMENTOS

CIRCUITO	SEQUENCIA DE ESTACÕES NODAIS	ERRO DE FECHAMENTO (MGAL)
1	010176 014076 013476 013576 041178 041278 041878 042178 010176	-0.033
2	010176 010476 014578 014978 014076 010176	0.000
3	010476 010976 011976 014578 010476	-0.044
4	014076 014978 012976 013476 014076	0.006
5	014578 011976 012376 012976 014978 014578	-0.035
6	013576 022977 040978 041178 013576	0.011
7	013576 013476 012976 023077 022977 013576	-0.019
8	012976 012376 020177 023077 012976	-0.023
9	022977 021777 021477 060979 050279 040978 022977	-0.041
10	020177 021777 022977 023077 020177	-0.008
11	020177 021177 021277 021477 021777 020177	-0.002
12	021277 060579 060979 021477 021277	-0.025
13	060579 080479 081079 090880 090180 050279 060979 060579	0.068
14	021177 070379 030478 031878 033378 081179 081079 080479 060579 021277 021177	0.063
15	031878 033678 033578 031878	-0.007
16	031878 033578 033478 031878	0.003
17	031878 033478 033378 031878	0.002
18	031878 033378 033778 031878	-0.003
19	031878 032178 032378 031878	-0.004
20	032178 032778 032378 032178	-0.002
21	032778 032878 032978 032778	-0.009
22	032878 033178 032978 032878	0.017
23	030578 030778 030678 030578	0.013
24	030578 030978 030878 030778 030578	0.009

CIRCUITO	SEQUENCIA DE ESTACÕES NODAIS	ERRO DE FECHAMENTO (MGAL)
25	030978 031278 030878 030978	0.025
26	030878 031378 031578 030878	0.011
27	031378 031478 031578 031378	-0.009
28	011976 110881 070379 021177 020177 012376 011976	-0.011
29	010976 121282 120882 110881 011976 010976	0.060
30	121282 130382 131182 131582 120882 121282	0.018
31	131182 141583 140583 131582 131182	-0.005
32	021477 021277 021177 070379 030478 031878 032278 034082 021577 021477	0.035
33	010176 021577 021477 021777 022977 013576 013476 014076 010176	0.001
34	090880 100881 090280 090180 090880	-0.034
35	031878 030478 030578 030678 034184 031878	-0.035
36	034184 030678 030778 030878 031578 034184	-0.017
37	034184 031578 034484 034184	-0.004
38	034184 032878 032778 032178 031878 034184	-0.013

## APÊNDICE E

### INTERVALOS INTERNODAIS AJUSTADOS (PRELIMINARES)

INTERVALOS INTERNODAIS AJUSTADOS

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)	RESIDUO(MGAL)	VARIANCIA	PESO
1	010176	021577	-705.088	-0.009	0.00011814	1.0
2	010176	010476	-184.222	0.017	0.00011194	1.0
3	010176	014076	-395.057	0.001	0.00010683	1.0
4	010176	042178	-72.356	-0.009	0.00013930	1.0
5	010476	010976	30.962	0.020	0.00011074	1.0
6	010476	014578	-132.142	-0.003	0.00010133	1.0
7	010976	011176	-9.278	0.0	0.00016945	1.0
8	010976	011976	-127.103	0.027	0.00009942	1.0
9	010976	121282	126.899	-0.007	0.00012847	1.0
10	011976	012376	-153.103	0.015	0.00010647	1.0
11	011976	014578	-36.001	-0.006	0.00009893	1.0
12	011976	110881	68.760	0.018	0.00010737	1.0
13	012376	012976	-41.425	-0.001	0.00009643	1.0
14	012376	020177	-76.267	0.016	0.00009923	1.0
15	012976	013476	53.735	-0.005	0.00009743	1.0
16	012976	014978	118.047	0.006	0.00009863	1.0
17	012976	023077	-37.906	-0.003	0.00009792	1.0
18	013476	013576	16.971	-0.006	0.00011200	1.0
19	013476	014076	26.100	0.002	0.00010464	1.0
20	013576	022977	-120.680	-0.009	0.00009836	1.0
21	013576	041178	6.905	0.003	0.00011085	1.0
22	014076	014978	38.212	0.003	0.00010177	1.0
23	014578	014978	-40.480	-0.009	0.00010866	1.0
24	020177	021177	-61.150	0.002	0.00010600	1.0
25	020177	023077	-3.063	0.004	0.00009354	1.0
26	020177	021777	-180.083	0.010	0.00009583	1.0
27	021177	021277	-79.371	0.015	0.00011224	1.0
28	021177	070379	141.017	-0.013	0.00011680	1.0
29	021277	021477	-49.022	0.001	0.00009748	1.0
30	021277	060579	-47.448	0.014	0.00011121	1.0
31	021477	021577	-5.811	0.005	0.00011356	1.0
32	021477	021777	9.459	-0.007	0.00010357	1.0
33	021477	060979	-73.450	0.003	0.00010244	1.0
34	021577	034082	-73.590	-0.004	0.00013765	1.0
35	021777	022977	164.951	0.003	0.00009860	1.0
36	022977	023077	12.069	-0.001	0.00009806	1.0
37	022977	040978	-153.868	-0.005	0.00010198	1.0
38	030478	030578	-2.861	0.009	0.00012141	1.0
39	030478	031878	-131.472	-0.010	0.00010464	1.0
40	030478	070379	228.068	0.002	0.00013329	1.0
41	030578	030678	-52.211	0.010	0.00008752	1.0
42	030578	030778	-24.422	0.003	0.00008597	1.0
43	030578	030978	10.172	-0.004	0.00010716	1.0
44	030678	030778	27.789	0.006	0.00009233	1.0
45	030678	034184	-45.846	0.004	0.00010427	1.0
46	030778	030878	38.349	0.008	0.00009962	1.0
47	030878	031278	12.370	0.010	0.00010605	1.0
48	030878	030978	-3.755	-0.006	0.00008528	1.0
49	030878	031378	-54.009	-0.001	0.00009771	1.0
50	030878	031578	-65.026	0.006	0.00008314	1.0
51	030978	031278	16.124	-0.010	0.00010605	1.0
52	031378	031478	-22.776	0.003	0.00010500	1.0
53	031378	031578	-11.017	-0.004	0.00008108	1.0

INTERVALOS INTERNODAIS AJUSTADOS

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)	RESIDUO(MGAL)	VARIANCIA	PESO
54	031478	031578	11.760	0.003	0.00010500	1.0
55	031578	034184	-46.957	0.002	0.00008706	1.0
56	031578	034484	-27.062	0.003	0.00010649	1.0
57	031878	032278	5.944	0.004	0.00013765	1.0
58	031878	032178	21.670	-0.002	0.00009331	1.0
59	031878	032378	26.389	-0.005	0.00009331	1.0
60	031878	033378	27.698	-0.001	0.00007347	1.0
61	031878	033478	3.098	-0.001	0.00007604	1.0
62	031878	033578	65.213	-0.003	0.00007995	1.0
63	031878	033678	89.724	0.002	0.00010471	1.0
64	031878	033778	-62.303	-0.002	0.00010309	1.0
65	031878	034184	30.554	-0.002	0.00009752	1.0
66	032178	032378	4.718	0.000	0.00008472	1.0
67	032178	032778	5.255	-0.002	0.00009331	1.0
68	032278	034082	4.786	0.004	0.00013765	1.0
69	032378	032778	0.536	-0.005	0.00009331	1.0
70	032778	032878	-14.895	-0.003	0.00008622	1.0
71	032778	032978	-11.813	-0.004	0.00009882	1.0
72	032878	032978	3.082	0.008	0.00008157	1.0
73	032878	033178	-23.025	-0.004	0.00010512	1.0
74	032878	034184	18.525	-0.007	0.00011905	1.0
75	032978	033178	-26.108	0.004	0.00010512	1.0
76	033378	033478	-24.600	0.002	0.00009300	1.0
77	033378	033778	-90.001	0.002	0.00010309	1.0
78	033378	081179	-5.667	-0.006	0.00013978	1.0
79	033478	033578	62.115	0.001	0.00009515	1.0
80	033578	033678	24.511	-0.002	0.00010471	1.0
81	034184	034484	19.895	-0.003	0.00010649	1.0
82	040978	041178	281.453	0.005	0.00011299	1.0
83	040978	050279	49.792	-0.011	0.00012352	1.0
84	041178	041278	69.864	0.009	0.00013930	1.0
85	041278	041378	49.116	0.0	0.00016945	1.0
86	041278	041878	170.419	0.009	0.00013930	1.0
87	041878	042178	75.641	0.009	0.00013930	1.0
88	050279	060979	-143.785	-0.019	0.00011529	1.0
89	050279	090180	37.200	0.008	0.00013604	1.0
90	060579	060979	-75.023	0.016	0.00010777	1.0
91	060579	080479	-77.383	-0.002	0.00013183	1.0
92	070379	110881	218.264	-0.012	0.00012439	1.0
93	080479	081079	12.647	-0.002	0.00013183	1.0
94	080479	080679	16.558	0.0	0.00016945	1.0
95	081079	081179	-4.937	0.006	0.00013978	1.0
96	081079	090880	-8.395	-0.008	0.00013604	1.0
97	081179	081375	-3.245	0.0	0.00016945	1.0
98	090180	090280	113.368	-0.007	0.00012500	1.0
99	090180	090880	-179.092	0.014	0.00010829	1.0
100	090280	100881	-160.075	-0.007	0.00012500	1.0
101	090880	100891	132.386	0.007	0.00012500	1.0
102	110881	120882	130.133	0.007	0.00012847	1.0
103	120882	121282	55.110	0.002	0.00010824	1.0
104	120882	131582	332.556	0.005	0.00013196	1.0
105	121282	130382	348.836	-0.005	0.00013196	1.0
106	130382	131182	192.431	-0.005	0.00013196	1.0



INTERVALOS INTERNODAIS AJUSTADOS						
NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)	RESIDUO(MGAL)	VARIANCIA	PESO
107	131182	131582	-262.871	-0.005	0.00010600	1.0
108	131182	141583	161.575	0.000	0.00012474	1.0
109	131582	140583	250.549	-0.000	0.00012474	1.0
110	140583	141583	173.897	-0.000	0.00012474	1.0
111	141583	141983	178.867	0.0	0.00016945	1.0
DESVIO PADRAO DA OBSERVACAO DE PESO UNITARIO=				0.013 MGAL		

## APÊNDICE F

### INTERVALOS INTERNODAIS AJUSTADOS (FINAIS)

## INTERVALOS INTERNODAIS AJUSTADOS A IGSN-71

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)	RESIDUO(MGAL)
1	010176	021577	-705.090	-0.011
2	010176	010476	-184.225	0.014
3	010176	014076	-395.060	-0.002
4	010176	042178	-72.359	-0.012
5	010476	010976	30.960	0.018
6	010476	014578	-132.143	-0.004
7	010976	011176	-9.276	0.002
8	010976	011976	-127.103	0.027
9	010976	121282	126.895	-0.011
10	011976	012376	-153.104	0.014
11	011976	014578	-36.000	-0.005
12	011976	110881	68.759	0.017
13	012376	012976	-41.425	-0.001
14	012376	020177	-76.267	0.016
15	012976	013476	53.734	-0.006
16	012976	014978	118.048	0.007
17	012976	023077	-37.906	-0.003
18	013476	013576	16.967	-0.010
19	013476	014076	26.103	0.005
20	013576	022977	-120.677	-0.006
21	013576	041178	6.907	0.005
22	014076	014978	38.211	0.002
23	014578	014978	-40.480	-0.009
24	020177	021177	-61.149	0.003
25	020177	023077	-3.064	0.003
26	020177	021777	-180.083	0.010
27	021177	021277	-79.370	0.016
28	021177	070379	141.017	-0.013
29	021277	021477	-49.021	0.002
30	021277	060579	-47.448	0.014
31	021477	021577	-5.809	0.007
32	021477	021777	9.458	-0.008
33	021477	060979	-73.450	0.003
34	021577	034082	-73.590	-0.004
35	021777	022977	164.950	0.002
36	022977	023077	12.070	-0.000
37	022977	040978	-153.867	-0.004
38	030478	030578	-2.861	0.009
39	030478	031878	-131.472	-0.010
40	030478	070379	228.067	0.001
41	030578	030678	-52.211	0.010
42	030578	030778	-24.422	0.003
43	030578	030978	10.172	-0.004
44	030678	030778	27.789	0.006
45	030678	034184	-45.846	0.004
46	030778	030878	38.349	0.008
47	030878	031278	12.370	0.010
48	030878	030978	-3.755	-0.006
49	030878	031378	-54.009	-0.001
50	030878	031578	-65.026	0.006
51	030978	031278	16.124	-0.010
52	031378	031478	-22.776	0.003
53	031378	031578	-11.017	-0.004

## INTERVALOS INTERNODAIS AJUSTADOS A IGSN-71

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)	RESIDUO(MGAL)
54	031478	031578	11.760	0.003
55	031578	034184	-46.957	0.002
56	031578	034484	-27.062	0.003
57	031878	032278	5.946	0.006
58	031878	032178	21.670	-0.002
59	031878	032378	26.389	-0.005
60	031878	033378	27.697	-0.002
61	031878	033478	3.098	-0.001
62	031878	033578	65.213	-0.003
63	031878	033678	89.724	0.002
64	031878	033778	-62.303	-0.002
65	031878	034184	30.554	-0.002
66	032178	032378	4.719	0.001
67	032178	032778	5.255	-0.002
68	032278	034082	4.786	0.004
69	032378	032778	0.536	-0.005
70	032778	032878	-14.895	-0.003
71	032778	032978	-11.813	-0.004
72	032878	032978	3.082	0.003
73	032878	033178	-23.025	-0.004
74	032878	034184	18.525	-0.007
75	032978	033178	-26.108	0.004
76	033378	033478	-24.600	0.002
77	033378	033778	-90.001	0.002
78	033378	081179	-5.667	-0.006
79	033478	033578	62.115	0.001
80	033578	033678	24.511	-0.002
81	034184	034484	19.895	-0.003
82	040978	041178	281.452	0.005
83	040978	050279	49.794	-0.009
84	041178	041278	69.865	0.010
85	041278	041378	49.114	-0.002
86	041278	041878	179.422	0.012
87	041878	042178	75.643	0.011
88	050279	060979	-143.784	-0.018
89	050279	090180	37.201	0.009
90	060579	060979	-75.024	0.015
91	060579	080479	-77.382	-0.001
92	070379	110881	218.263	-0.013
93	080479	081079	12.646	-0.003
94	080479	080679	16.560	0.002
95	081079	081179	-4.939	0.004
96	081079	090830	-8.393	-0.006
97	081179	081375	-3.248	-0.003
98	090180	090230	113.368	-0.007
99	090180	090830	-179.090	0.016
100	090230	100881	-160.069	-0.001
101	090830	100881	132.389	0.010
102	110881	120882	130.131	0.005
103	120882	121282	55.108	0.000
104	120882	131582	333.555	0.004
105	121282	130382	348.831	-0.010
106	130382	131132	192.486	0.000

## INTERVALOS INTERNODAIS AJUSTADOS A IGSN-71

NO. ORD.	ORIGEM	DESTINO	INTERVALO(MGAL)	RESIDUO(MGAL)
107	131182	131582	-262.870	-0.004
108	131182	141583	161.577	0.002
109	131582	140583	250.550	0.001
110	140583	141583	173.898	0.001
111	141583	141983	178.867	-0.000

## APÊNDICE G

VALORES DE GRAVIDADE AJUSTADOS À IGSN-71

## \* AJUSTAMENTO PELO METODO DOS MINIMOS QUADRADOS \*

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
1	C 010176	RIO DE JANEIRO	"A"	978789.895	0.011
2	010276	VASSOURAS	"B"	978637.931	0.012
3	010376	BARRA MANSA	"B"	978647.509	0.013
4	N 010476	QUELUZ	"B"	978605.612	0.013
5	010576	GUARATINGUETA	"B"	978619.763	0.014
6	E 010676	GUARATINGUETA	"C"	978620.673	0.019
7	010776	TAUBATE	"B"	978617.461	0.014
8	010876	SAO JOSE CAMPOS	"B"	978639.783	0.014
9	N 010976	SAO PAULO	"B"	978636.582	0.012
10	E 011076	SAO PAULO	"N"	978635.392	0.018
11	C 011176	SAO PAULO	"J"	978627.303	0.015
12	011276	JUNDIAI	"B"	978613.551	0.015
13	011376	CAMPINAS	"J"	978626.632	0.016
14	011476	CAMPINAS	"B"	978589.166	0.017
15	011576	LIMEIRA	"B"	978587.596	0.018
16	011676	LEME	"B"	978553.131	0.017
17	011776	PORTO FERREIRA	"B"	978546.562	0.017
18	011876	CRAVINHOS	"B"	978475.936	0.015
19	N 011976	RIBEIRAO PRETO	"B"	978509.439	0.013
20	E 012076	RIBEIRAO PRETO	"C"	978507.178	0.018
21	012176	ITUVERAVA	"B"	978467.199	0.014
22	012276	IGARAPAVA	"B"	978426.994	0.015
23	N 012376	UBERABA	"B"	978356.289	0.014
24	E 012476	UBERABA	"J"	978345.719	0.019
25	E 012576	UBERABA	"K"	978345.694	0.023
26	012676	ARAXA	"B"	978311.422	0.014
27	012776	ARAXA	"C"	978311.955	0.013
28	012876	IBIA	"B"	978332.021	0.014
29	N 012976	CAMPOS ALTOS	"B"	978314.851	0.014
30	013076	LUZ	"B"	978379.647	0.014
31	013176	BOM DESPACHO	"B"	978371.987	0.014
32	013276	PARA DE MINAS	"B"	978386.882	0.014
33	013376	BETIM	"B"	978381.955	0.014
34	N 013476	BELO HORIZONTE	"B"	978368.602	0.014
35	C 013576	BELO HORIZONTE	"J"	978385.574	0.013
36	E 013676	BELO HORIZONTE	"C"	978378.384	0.019
37	013776	CONGONHAS	"B"	978415.910	0.013
38	013876	LAFAIETE	"B"	978400.144	0.013
39	E 013976	LAFAIETE	"C"	978399.649	0.019
40	N 014076	BARBACENA	"B"	978394.712	0.014
41	014176	SANTOS DUMONT	"B"	978485.136	0.012
42	014276	JUIZ DE FORA	"B"	978550.169	0.011
43	014376	JUIZ DE FORA	"C"	978549.131	0.010
44	014476	TRES RIOS	"B"	978655.601	0.010
45	N 014578	VARGINHA	"B"	978473.428	0.014
46	E 014678	VARGINHA	"C"	978476.704	0.019
47	014778	CAXAMBU	"B"	978486.284	0.012
48	E 014878	CAXAMBU	"C"	978484.649	0.018
49	N 014978	LAVRAS	"B"	978432.935	0.014

## \* AJUSTAMENTO PELO METODO DOS MINIMOS QUADRADOS \*

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
50	E 015078	LAVRAS	"C"	978434.836	0.019
51	015178	S.JOAO DEL REI	"B"	978445.494	0.013
52	E 015278	S.JOAO DEL REI	"C"	978445.297	0.018
53	015378	MOCOCA	"B"	978526.277	0.012
54	E 015478	MOCOCA	"C"	978527.678	0.018
55	015578	POCOS DE CALDAS	"B"	978391.369	0.013
56	E 015678	POCOS DE CALDAS	"C"	978394.129	0.018
57	015778	FORMIGA	"B"	978401.343	0.014
58	E 015878	FORMIGA	"C"	978401.664	0.019
59	016080	RIO DE JANEIRO	"C"	978791.707	0.011
60	016383	RIO DE JANEIRO	"E"	978782.953	0.013
61	N 020177	UBERLANDIA	"J"	978279.998	0.014
62	E 020277	UBERLANDIA	"K"	978279.727	0.019
63	E 020377	UBERLANDIA	"B"	978293.786	0.023
64	E 020477	MONTE ALEGRE	"C"	978297.591	0.019
65	E 020577	MONTE ALEGRE	"D"	978297.588	0.023
66	020677	MORRINHOS	"B"	978250.779	0.014
67	E 020777	MORRINHOS	"C"	978247.311	0.019
68	E 020877	MORRINHOS	"D"	978250.670	0.023
69	E 020977	GOIANIA	"K"	978225.724	0.020
70	E 021077	GOIANIA	"C"	978215.212	0.024
71	N 021177	GOIANIA	"B"	978218.829	0.015
72	N 021277	ANAPOLIS	"B"	978139.435	0.016
73	E 021377	ANAPOLIS	"D"	978156.148	0.024
74	N 021477	BRASILIA	"D"	978090.398	0.016
75	N 021577	BRASILIA	"M"	978084.587	0.016
76	E 021677	BRASILIA	"C"	978088.414	0.021
77	N 021777	CRISTALINA	"B"	978099.859	0.017
78	021877	CATALAO	"B"	978262.147	0.015
79	E 021977	CATALAO	"C"	978261.959	0.020
80	E 022077	CATALAO	"D"	978263.330	0.024
81	E 022177	CRISTALINA	"C"	978109.818	0.021
82	E 022277	CRISTALINA	"D"	978099.921	0.025
83	022377	PARACATU	"B"	978250.805	0.015
84	E 022477	PARACATU	"C"	978253.549	0.020
85	E 022577	PARACATU	"D"	978253.826	0.024
86	022677	JOAO PINHEIRO	"B"	978259.911	0.014
87	E 022777	JOAO PINHEIRO	"C"	978262.067	0.019
88	E 022877	JOAO PINHEIRO	"D"	978260.478	0.023
89	N 022977	TREVO BR-040-365		978264.859	0.014
90	N 023077	PATOS DE MINAS	"J"	978276.933	0.015
91	E 023177	PATOS DE MINAS	"B"	978279.533	0.020
92	E 023277	PATOS DE MINAS	"C"	978279.329	0.024
93	023377	FELIXLANDIA	"B"	978343.527	0.013
94	E 023477	FELIXLANDIA	"C"	978349.560	0.019
95	E 023577	FELIXLANDIA	"D"	978345.817	0.023
96	E 023677	SETE LAGOAS	"C"	978364.666	0.018
97	E 023777	SETE LAGOAS	"D"	978362.858	0.022
98	023877	SETE LAGOAS	"B"	978363.087	0.013



## \* AJUSTAMENTO PELO METODO DOS MINIMOS QUADRADOS \*

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
99	023977	MONTE ALEGRE	"B"	978298.514	0.014
100	E 024077	ANAPOLIS	"C"	978156.131	0.021
101	E 024179	BRASILIA	"E"	978065.312	0.021
102	E 030178	PORTO VELHO	"J"	978131.623	0.021
103	E 030278	PORTO VELHO	"B"	978130.902	0.025
104	E 030378	PORTO VELHO	"C"	978130.530	0.028
105	N 030478	PORTO VELHO	"K"	978131.752	0.017
106	N 030578	PORTO VELHO	"L"	978128.890	0.019
107	N 030678	CANOTAMA	"B"	978076.663	0.020
108	N 030778	PAUINI	"B"	978104.461	0.020
109	N 030878	SENA MADUREIRA	"B"	978142.822	0.020
110	N 030978	RIO BRANCO	"J"	978139.066	0.021
111	E 031078	RIO BRANCO	"B"	978134.596	0.024
112	E 031178	RIO BRANCO	"C"	978134.975	0.028
113	N 031278	BRASILEIA	"B"	978155.195	0.022
114	N 031378	CRUZEIRO DO SUL	"J"	978088.796	0.021
115	N 031478	PALMEIRAS JAVARI	"J"	978066.012	0.022
116	N 031578	EIRUNEPE	"J"	978077.775	0.020
117	E 031678	CRUZEIRO DO SUL	"B"	978103.234	0.025
118	E 031778	EIRUNEPE	"B"	978077.317	0.024
119	N 031878	MANAUS	"K"	978000.240	0.017
120	031978	MANAUS	"B"	978006.187	0.017
121	E 032078	MANAUS	"C"	978016.128	0.021
122	N 032178	MOURA	"J"	978021.917	0.019
123	C 032278	MANAUS	"J"	978006.187	0.018
124	N 032378	BOA VISTA	"J"	978026.637	0.019
125	E 032478	BOA VISTA	"B"	978018.975	0.023
126	E 032578	BOA VISTA	"C"	978019.075	0.027
127	E 032678	MOURA	"B"	978021.311	0.023
128	N 032778	TAPURUQUARA	"J"	978027.173	0.020
129	N 032878	S.G. CACHOEIRA	"J"	978012.273	0.021
130	N 032978	CUCUI	"B"	978015.356	0.022
131	E 033078	S.G. CACHOEIRA	"B"	978014.004	0.024
132	N 033178	PARI CACHOEIRA	"J"	977989.241	0.023
133	N 033378	SANTAREM	"J"	978027.946	0.017
134	N 033478	ITAITUBA	"J"	978003.339	0.019
135	N 033578	JACAREACANGA	"J"	978065.473	0.018
136	N 033678	PRAINHA	"J"	978089.492	0.019
137	N 033778	TIRIOS	"J"	977937.917	0.020
138	E 033878	SANTAREM	"K"	978028.293	0.021
139	E 033978	SANTAREM	"B"	978039.661	0.025
140	N 034082	CACHIMBO	"J"	978010.975	0.019
141	N 034184	TEFE	"J"	978030.804	0.019
142	E 034284	TEFE	"B"	978030.812	0.023
143	034384	CARAUARI	"B"	978059.603	0.019
144	N 034484	TABATINGA	"J"	978050.705	0.021
145	040178	PIRAPORA	"B"	978300.390	0.014
146	E 040278	PIRAPORA	"J"	978296.105	0.019
147	040378	MONTES CLAROS	"B"	978231.565	0.014

## \* AJUSTAMENTO PELO METODO DOS MINIMOS QUADRADOS \*

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
148	E 040478	MONTES CLAROS	"C"	978236.229	0.019
149	040578	PORTEIRINHA	"B"	978191.710	0.014
150	040678	ESPINOSA	"B"	978174.816	0.015
151	040778	CACULE	"B"	978141.784	0.015
152	040878	BRUMADO	"B"	978165.188	0.015
153	N 040978	VITORIA CONQUISTA	"B"	978110.945	0.016
154	041078	MEDINA	"B"	978249.841	0.014
155	N 041178	TEOFILO OTONI	"B"	978392.483	0.014
156	N 041278	NANUQUE	"B"	978462.369	0.014
157	C 041378	CARAVELAS	"J"	978511.499	0.016
158	041478	SAO MATEUS	"B"	978553.465	0.014
159	041578	GOV. VALADARES	"C"	978458.183	0.013
160	041678	NOVA ERA	"B"	978399.368	0.013
161	041778	LINHARES	"B"	978588.459	0.014
162	C 041878	VITORIA	"B"	978641.847	0.013
163	E 041978	VITORIA	"L"	978638.381	0.019
164	042078	CACH. ITAPERIRIM	"B"	978640.253	0.013
165	C 042178	CAMPOS	"J"	978717.513	0.013
166	042278	MACAE	"B"	978758.927	0.012
167	042378	NITEROI	"B"	978785.336	0.012
168	E 042478	NITEROI	"C"	978783.244	0.018
169	050179	JEQUIE	"B"	978253.121	0.015
170	N 050279	ITABERABA	"B"	978160.754	0.015
171	050379	SEABRA	"B"	978016.194	0.017
172	050479	IBOTIRAMA	"B"	978095.716	0.018
173	050579	BARREIRAS	"B"	978105.344	0.018
174	060179	CERES	"B"	978192.701	0.016
175	060279	URUACU	"B"	978188.178	0.017
176	060379	PORANGATU	"B"	978197.013	0.017
177	060479	GURUPI	"B"	978152.621	0.017
178	N 060579	FATIMA	"B"	978091.973	0.016
179	060679	PORTO NACIONAL	"B"	978147.868	0.017
180	060779	NATIVIDADE	"B"	978136.977	0.017
181	060879	DIANOPOLIS	"B"	978036.332	0.018
182	N 060979	RN-903-X		978016.926	0.017
183	061079	RODA VELHA	"B"	978061.864	0.016
184	061179	ALVORADA DO NORTE	"B"	978153.971	0.016
185	061279	FORMOSA	"B"	978104.830	0.016
186	E 061379	ALVORADA DO NORTE	"C"	978154.841	0.020
187	E 061480	PORTO NACIONAL	"C"	978148.117	0.021
188	070179	GUIABA	"B"	978353.949	0.014
189	E 070279	GUIABA	"C"	978347.330	0.019
190	N 070379	RONDONOPOLIS	"B"	978359.889	0.014
191	070479	ALTO GARCAS	"B"	978246.734	0.015
192	070579	MINEIROS	"B"	978258.995	0.015
193	070679	JATAI	"J"	978284.708	0.015
194	070779	RIO VERDE	"B"	978289.417	0.015
195	070881	GUIABA	"J"	978351.016	0.015
196	080179	PARAISO DO NORTE	"B"	978076.949	0.016

## \* AJUSTAMENTO PELO METODO DOS MINIMOS QUADRADOS \*

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
197	080279	GUARAI	"B"	978067.373	0.015
198	080379	COLINAS DE GOIAS	"B"	978049.188	0.016
199	N 080479	ARAGUAINA	"B"	978014.567	0.017
200	080579	ESTREITO	"B"	978022.009	0.016
201	C 080679	CAROLINA	"J"	978031.132	0.019
202	080779	IMPERATRIZ	"B"	978003.984	0.015
203	080979	ITINGA	"B"	978025.158	0.015
204	080979	PARAGOMINAS	"B"	977991.732	0.015
205	N 081079	S. MARIA DO PARA	"B"	978027.218	0.015
206	C 081179	BELEM	"A"	978022.277	0.015
207	081279	BELEM	"B"	978019.441	0.014
208	C 081375	BELEM	"K"	978019.027	0.017
209	081481	BELEM	"M"	978018.922	0.015
210	N 090180	FEIRA DE SANTANA	"B"	978197.967	0.014
211	C 090280	SALVADOR	"B"	978311.370	0.014
212	E 090380	SALVADOR	"L"	978329.406	0.019
213	090480	GAVIAO	"B"	978150.170	0.015
214	090580	SENHOR DO BONFIM	"B"	978031.829	0.016
215	090680	PETROLINA	"B"	978041.034	0.016
216	090780	PAULISTANA	"B"	978045.567	0.016
217	N 090880	PICOS	"B"	978018.822	0.016
218	090980	VALENCA DO PIAUI	"B"	977975.193	0.016
219	091080	BARRO DURO	"B"	977980.783	0.015
220	091180	TERESINA	"B"	978017.425	0.015
221	E 091280	TERESINA	"J"	978017.571	0.020
222	091381	CAXIAS	"B"	978014.428	0.015
223	091481	ENTRONC. CODO	"B"	978006.848	0.015
224	091581	BACABAL	"B"	978012.419	0.015
225	091681	PINDARE MIRIM	"B"	977988.081	0.015
226	091781	NOVA OLINDA	"B"	978011.171	0.015
227	091881	BOA VISTA GURUPI	"B"	978030.484	0.015
228	091981	CAPANEMA	"B"	978020.013	0.015
229	100181	CAMPOS SALES	"B"	977968.718	0.016
230	100281	CRATO	"B"	977964.189	0.015
231	100381	CAJAZEIRAS	"B"	978019.228	0.015
232	100481	POMBAL	"B"	978033.049	0.015
233	100581	PATOS	"B"	978033.962	0.015
234	100681	PATOS	"C"	978033.914	0.015
235	100781	CAMPINA GRANDE	"B"	977984.252	0.015
236	C 100881	RECIFE	"J"	978151.251	0.015
237	110181	BEBEDOURO	"B"	978512.534	0.014
238	110281	S. J. DO RIO PRETO	"B"	978518.924	0.014
239	110381	PENAPOLIS	"B"	978559.663	0.015
240	110481	RINOPOLIS	"B"	978580.021	0.015
241	110581	PRES. PRUDENTE	"B"	978596.808	0.015
242	110681	PRES. EPITACIO	"B"	978627.265	0.015
243	110781	BR-267/KM 130	"B"	978595.393	0.014
244	N 110881	NOVA ALVORADA	"B"	978578.220	0.013
245	110981	CAMPO GRANDE	"B"	978495.105	0.014

## \* AJUSTAMENTO PELO METODO DOS MINIMOS QUADRADOS \*

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO	VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
246	111081	S.GABRIEL D'OESTE"B"	978407.270	0.014
247	111181	COXIM "B"	978486.023	0.014
248	111281	ITUIQUIRA "B"	978366.848	0.014
249	120181	DOURADOS "B"	978627.232	0.013
250	120281	PONTA PORA "B"	978618.659	0.013
251	120382	AMAMBAT "B"	978680.773	0.013
252	120482	IGUATEMI "B"	978739.376	0.013
253	120582	GUAIRA "B"	978795.382	0.013
254	120682	PALOTINA "B"	978791.499	0.013
255	120782	CASCADEL "B"	978732.872	0.013
256	N 120882	LARANJEIRA DO SUL "B"	978708.391	0.014
257	120982	GUARAPUAVA "B"	978670.049	0.013
258	121082	PONTA GROSSA "B"	978713.339	0.013
259	E 121182	CURITIBA "C"	978753.581	0.019
260	N 121282	CURITIBA "B"	978763.517	0.013
261	121382	RIBEIRA "B"	978835.789	0.013
262	121482	CAPAO BONITO "B"	978670.476	0.013
263	121582	SOROCABA "B"	978652.706	0.013
264	121682	MEDIANEIRA "B"	978832.227	0.019
265	121782	FUZ DO IGUAQU "B"	978906.512	0.023
266	130182	JOINVILE "B"	979015.214	0.014
267	130282	ITAJAI "B"	979049.816	0.014
268	C 130382	FLORIANOPOLIS "A"	979112.455	0.015
269	E 130482	FLORIANOPOLIS "B"	979105.449	0.020
270	130582	IMBITUBA "B"	979163.835	0.015
271	130682	CRICIUMA "B"	979146.113	0.014
272	E 130782	CRICIUMA "C"	979145.927	0.019
273	130882	TORRES "B"	979220.998	0.015
274	E 130982	TORRES "C"	979220.953	0.020
275	131082	OSORIO "B"	979276.201	0.015
276	C 131182	PORTO ALEGRE "B"	979305.001	0.016
277	E 131282	PORTO ALEGRE "C"	979305.002	0.021
278	131382	ESTRELA "B"	979246.422	0.015
279	131482	SOLEDADE "B"	979049.320	0.015
280	N 131582	CARAZINHO "B"	979042.050	0.015
281	E 131682	CARAZINHO "C"	979041.476	0.020
282	131782	SARANDI "B"	979012.536	0.014
283	131882	IRAI "B"	979001.530	0.014
284	131982	S.MIGUEL D'OESTE "B"	978864.752	0.013
285	E 132082	S.MIGUEL D'OESTE "C"	978864.593	0.019
286	132182	DION. CERQUEIRA "B"	978803.572	0.013
287	132282	STO.ANT.SUDOESTE "B"	978849.710	0.013
288	132382	DUIS VIZINHOS "B"	978809.708	0.013
289	140183	IJUI "B"	979108.272	0.015
290	140283	SAO LUIZ GONZAGA "B"	979118.594	0.015
291	140383	SAO BORJA "B"	979183.590	0.016
292	140483	ITAGUI "B"	979242.952	0.017
293	N 140583	URUGUAIANA "B"	979292.676	0.018
294	E 140683	URUGUAIANA "C"	979290.183	0.022

## \* AJUSTAMENTO PELO METODO DOS MINIMOS QUADRADOS \*

NO. ORD.	CODIGO ESTACAO	NOME ESTACAO		VALOR G (MGAL)	DESVIO PADRAO (MGAL)
295	140783	ALEGRETE	"B"	979278.809	0.018
296	140883	ROSARIO DO SUL	"B"	979315.729	0.018
297	E 140983	ROSARIO DO SUL	"C"	979313.585	0.022
298	141083	SANT.LIVRAMENTO	"B"	979349.824	0.018
299	E 141183	SANT.LIVRAMENTO	"C"	979344.554	0.022
300	141283	DJM PEDRITO	"B"	979384.441	0.018
301	141383	BAGE	"B"	979388.453	0.018
302	141483	PINHEIRO MACHADO	"B"	979362.666	0.018
303	C 141583	PELOTAS	"B"	979466.628	0.019
304	E 141683	PELOTAS	"C"	979468.033	0.023
305	141783	TAIM	"B"	979536.968	0.020
306	141883	CHUI	"B"	979655.783	0.022
307	N 141983	BARRA DO CHUI	"B"	979645.550	0.025
308	142083	CAMAQUA	"B"	979389.765	0.017
309	150184	POJUCA	"B"	978239.544	0.014
310	150284	ENTRE RIOS	"B"	978210.731	0.014
311	150384	ESPLANADA	"B"	978241.058	0.014
312	150484	ESTANCIA	"B"	978238.727	0.014
313	150584	ITAPORANGA AJUDA	"B"	978208.086	0.014
314	150684	ARACAJU	"B"	978199.179	0.014
315	150784	MARUIM	"B"	978199.814	0.013
316	150884	PROPRIA	"B"	978177.935	0.013
317	E 150984	ARACAJU	"J"	978200.822	0.019
318	151084	JUNQUEIRO	"B"	978155.778	0.013
319	151184	S.MIGUEL CAMPOS	"B"	978152.119	0.013
320	151284	ATALAIA	"B"	978160.196	0.014
321	151384	MACEIO	"J"	978127.260	0.014
322	E 151484	MACEIO	"B"	978141.658	0.019
323	151584	JOAQUIM GOMES	"B"	978144.294	0.014
324	151684	PALMARES	"B"	978126.633	0.014
325	151784	RIBEIRAO	"B"	978128.893	0.014
326	151884	CARO	"B"	978158.122	0.014
327	151984	RECIFE	"K"	978151.308	0.014

FATOR RESIDUAL DE CORRECAO DE ESCALA= 1.0003086

DESVIO PADRAO DO FATOR RESIDUAL DE CORR. DE ESCALA= 0.0000228

# NOTAS DE REFERÊNCIAS

|<sup>01</sup>| SHOKIN, P.F. Gravimetry (apparatus and methods for measuring gravity). Jerusalem, Israel Program for Scientific Translations, 1963, p. 143-144.

|<sup>02</sup>| PARASNIS, D.S. Principles of Applied Geophysics, London, Chapman and Hall Ltd., 1972, p. 39.

|<sup>03</sup>| MELCHIOR, P. Physique et dynamique planétaires. Louvain, Vander, 1971, v.2 p.83-89.

|<sup>04</sup>| SAZHINA, N. & GRUSHINSKY, N. Gravity Prospecting. Moscow, Mir Publishers, 1971, p. 229.

|<sup>05</sup>| MELCHIOR, P., p.77.

|<sup>06</sup>| SAZHINA, N. & GRUSHINSKY, N., p. 183.

|<sup>07</sup>| Ibid., p. 207.

|<sup>08</sup>| SHOKIN, P.F., p. 241.

|<sup>09</sup>| DEHLINGER, P. Marine Gravity, Amsterdam, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978, p. 107.

|<sup>10</sup>| ROSIER, F.A. Medidas Diferenciais da Gravidade: Ajustamento de uma Sub-Rede de Estações Gravimétricas e Determinação de Coeficientes de Escala para os Gravímetros La Coste & Romberg Modelo G Nºs 41, 372 e 454, Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1979, p. 15-16.

|<sup>11</sup>| LA COSTE & ROMBERG, INC. Instruction Manual for La Coste Romberg, Inc. model G land gravity meter nº 674. Austin, s.d. Não paginado.

|<sup>12</sup>| MIRONOV, V.S. Curso de Prospección Gravimétrica. Barcelona, Reverté, 1977. p. 118.

|<sup>13</sup>| Ibid., p. 130.

|<sup>14</sup>| Ibid., p. 131.

|<sup>15</sup>| Ibid., p. 134

|<sup>16</sup>| SHOKIN, P.F., p. 161.

|<sup>17</sup>| SAZHINA, N. & GRUSHINSKY, N., p. 252.

|<sup>18</sup>| Ibid., p. 238.

|<sup>19</sup>| SHOKIN, P.F., p. 162.

|<sup>20</sup>| Ibid., p. 166.

- |<sup>21</sup>| MIRONOV, V.S., p. 137.
- |<sup>22</sup>| PICK, M. et alii. Theory of the earth's gravity field. Amsterdam, Elsevier, 1973. p. 144.
- |<sup>23</sup>| SAZHINA, N. & GRUSHINSKY, N. p. 245.
- |<sup>24</sup>| SHOKIN, P.F. p. 172.
- |<sup>25</sup>| PICK, M. et alii, p. 145.
- |<sup>26</sup>| MORONOV, V.S., p. 142.
- |<sup>27</sup>| SAZHINA, N. & GRUSHINSKY, N., p. 250-252.
- |<sup>28</sup>| Ibid., p. 249
- |<sup>29</sup>| HAMILTON, A.C. & BRULÉ, B.G. Vibration-induced drift in La Coste and Romberg geodetic gravimeters. Journal of Geophysical Research, 72(8): 2187-2197, 1967.
- |<sup>30</sup>| ESTADOS UNIDOS. Defense Mapping Agency Topografic Center. General land gravity survey instructions. s.l., 1974.
- |<sup>31</sup>| KOZLOSKY, J.A. & ZIEGLER, R.E., Standards of precision and operating methods for modern gravity surveys, U.S.Army Topographic Command, 1969.
- |<sup>32</sup>| SHOKIN, P.F., p. 187.
- |<sup>33</sup>| MIRONOV, V.S., p. 148.
- |<sup>34</sup>| PICK, M. et alii, p. 147.
- |<sup>35</sup>| SAZHINA, N. & GRUSHINSKY, N., p. 342.
- |<sup>36</sup>| McCONNELL, R.K. et alii. An evaluation of six La Coste and Romberg gravimeters for use on the Latin American Primary Gravity Net, Earth Physics Branch, Ottawa, Serviço de Hidrografia Naval, Buenos Aires, Hawaii Institute of Geophysics, Honolulu, 1972.
- |<sup>37</sup>| MIRONOV, V.S., p. 150-152.
- |<sup>38</sup>| SHOKIN, P.F., p. 189-198.
- |<sup>39</sup>| SAZHINA, N. & GRUSHINSKY, N., p. 344-348.
- |<sup>40</sup>| SHOKIN, P.F., p. 187-188.
- |<sup>41</sup>| VANICECK, P. & KRAKIWSKY, E.J. Geodesy: the concepts. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1982. p.177.
- |<sup>42</sup>| GEMAEL, C. Aplicação do Cálculo Matricial em Geodésia ; 2a. parte: ajustamento de observações. Curitiba, UFPr, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1974. p.67-68.

- |<sup>43</sup>| Ibid, p.69-71.
- |<sup>44</sup>| VANICECK, p. 269-270.
- |<sup>45</sup>| GEMAEL, p. 76-83.
- |<sup>46</sup>| UOTILA, U.A. Introduction to adjustment computations with matrices. s.l., The Ohio State University, 1976. p. 60-68.
- |<sup>47</sup>| DE ANDRADE, J.B. Photogrammetric Refraction, The Ohio State University, 1977. p. 93-94.
- |<sup>48</sup>| GEMAEL, p. 7-8.
- |<sup>49</sup>| Ibid., p. 13-14.
- |<sup>50</sup>| ROSIER, p. 44-55.
- |<sup>51</sup>| LONGMAN, I.M. Formulas for computing the tidal accelerations due to the moon and the sun. Journal of Geophysical Research, Richmond, 64(12):2351-2355, 1959.
- |<sup>52</sup>| ROSIER, p.111-141.
- |<sup>53</sup>| GEMAEL, p. 56-57.
- |<sup>54</sup>| ESCOBAR, I.P. Contribuição do Observatório Nacional no estabelecimento da rede gravimétrica fundamental brasileira. Anais do 10º Congresso Brasileiro de Cartografia, Sociedade Brasileira de Cartografia, Brasília, 2(1):435-448, 1981.
- |<sup>55</sup>| MORELLI, C. The Internacional Gravity Standardization net 1971 (I.G.S.N. t1). Paris, Bureau Central de l'Association Internationale de Géodésie, s.d. 194 p. (Publication spéciale nº 4). p. 33-83.
- |<sup>56</sup>| ASSOCIATION INTERNATIONALE DE GÉODÉSIE, Bureau Gravimétrique International. Note to the users of international gravity standardization net 1971. Bulletin d'Information 47, 1980. p.15-16.
- |<sup>57</sup>| MORELLI, p.23.



# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. ASSOCIATION INTERNATIONALE DE GÉODÉSIE, Bureau Gravimétric International. Note to the users of the international gravity standardization net 1971. Bulletin d'information, Toulouse, 47:15-16, 1980.
02. DE ANDRADE, J.B. Photogrammetric Refraction. s.l. The Ohio State University, 1977. 117p.
03. DEHLINGER, P. Marine Gravity. Amsterdam, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978. 322p.
04. ESCOBAR, I.P. Contribuição do Observatório Nacional no estabelecimento da rede gravimétrica fundamental brasileira. Anais do 10º Congresso Brasileiro de Cartografia, Sociedade Brasileira de Cartografia, Brasília, 2(1):435-448, 1981.
05. ESTADOS UNIDOS. Defense Mapping Agency Topographic Center. General land gravity survey instructions. s.l., 1974. 50p.
06. GAMA, L.I. & GUALDA, J. Base Gravimétrica do Corcovado. Rio de Janeiro, Observatório Nacional, 1968. 15p.
07. GAMA, L.I. Valores da gravidade no nordeste e região centro-leste do Brasil. Rio de Janeiro, Observatório Nacional, 1971. 45p.
08. GEMAEL, C. Aplicações do cálculo matricial em geodésia; 2ª parte: ajustamento de observações. Curitiba, UFPr, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1974. 103p.
09. HAMILTON, A.C. World Standards for Gravity Measurements. Journal of the Royal Astronomical Society of Canada, Ottawa, 57(5): 199-209, 1963.
10. HAMILTON, A.C. & BRULÉ, B.G. Vibration-induced drift in La Coste & Romberg geodetic gravimeters. Journal of Geophysical Research, Richmond, 72(8):2187-2197, 1967.
11. HIRVONEN, R.A. Adjustment by least squares in geodesy and photogrammetry. New York, Frederick Ungar Publishing Co., 1971. 261p.
12. KOSLOSKY, J.A. & ZIEGLER, R.E. Standards of precision and operating methods for modern gravity surveys. Washington, U.S. Army Topographic Command, 1969. 10p.
13. LACOSTE & ROMBERG, INC. Instruction manual for LaCoste & Romberg, Inc. model G land gravity meter. Austin, s.d. 14p.
14. LEJAY, P. Développements modernes de la gravimétrie. Paris, Gauthier-Villars, 1947. 243p.
15. LONGMAN, I.M. Formulas for computing the tidal accelerations due to the moon and the sun. Journal of Geophysical Research, Richmond, 64(12):2351-2355, 1959.

16. McCONNEL, R.K. Provisional Adjustment of LAPGN. Ottawa, Earth Physics Branch, 1973. 43p.
17. McCONNEL, R.K. et alii An evaluation of six LaCoste and Romberg gravimeters for use on the Latin American Primary Gravity Net. Ottawa, Earth Physics Branch, Buenos Aires, Servicio de Hidrografia Naval, Honolulu, Hawaii Institute of Geophysics, 1973. 27p.
18. McCONNEL, R.K. et alii Latin American Gravity Standardization Network 1977 (LAGSN 77). Ottawa, SILAG, 1979. 30p.
19. MELCHIOR, P. Physique et dynamique planétaires. Louvain, Vander, 1971. V. 1,2.
20. MIRONÓV, V.S. Curso de prospección gravimétrica. Barcelona, Reverté, 1977. 525p.
21. MORELLI, C. The international gravity standardization net 1971 (I.G.S.N. 71). Paris, Bureau Central de l'Association Internationale de Géodésic, s.d. 194p. (Publication spéciale, 4).
22. PICK, M. et alii. Theory of the earth's gravity field. Amsterdam, Elsevier, 1973. 538p.
23. PARASNIS, D.S. Principles of Applied Geophysics. London, Chapman and Hall Ltd., 1972. 214p.
24. ROSIER, F.A. Medidas diferenciais da gravidade: ajustamentos de uma sub-rede de estações gravimétricas e determinação de coeficientes de escala para os gravímetros LaCoste & Romberg modelo G nº 41, 372, 454. Curitiba, UFPr, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1979. 190p.
25. SAZHINA, N. & GRUSHINSKY, N. Gravity prospecting. Moscow, Mir Publishers, 1971. 491p.
26. SHOKIN, P.F. Gravimetry (apparatus and methods for measuring gravity). Jerusalem, Israel Program for Scientific Translations, 1963. 323p.
27. UOTILA, U.A. Introduction to adjustment computations with matrices. s.l., The Ohio State University, 1976. 84p.
28. VANICECK, P. & KRAKIWSKY, E.J. Geodesy: the concepts. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1982. 691p.